LA IMPORTANCIA DE LA PEDAGOGÍA CONSTRUCTIVISTA EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

EVIDENCIAS DESDE UN ENFOQUE CUALITATIVO



Vidnay Noel Valero Ancco

Miryam Pari Orihuela

Elisa Cándida Garavito Checalla

ilae

Instituto Latinoamericano de Altos Estudios

La importancia de la pedagogía constructivista en el aprendizaje matemático: evidencias desde un enfoque cualitativo

INSTITUTO
LATINOAMERICANO
DE ALTOS ESTUDIOS

Vidnay Noel Valero Ancco
[vvalero@unap.edu.pe]
orcid [https://orcid.org/0000-0002-7980-0339]

Licenciado en Educación Primaria, Universidad Nacional del Altiplano. Doctor en Educación, Universidad César Vallejo. Magíster Scientiae en Educación con mención en Matemática y Comunicación en Educación Primaria, Universidad Nacional del Altiplano, Segunda Especialidad en Gestión y Administración Educativa. Con experiencia docente en educación básica regular - Unidad de Gestión Educativa Local Puno y El Collao. Docente ordinario de pregrado y posgrado de la Universidad Nacional del Altiplano, Director y Editor de revistas científicas en el Instituto de Investigación y Capacitación Profesional del Pacífico. Fue Docente extraordinario de la Escuela de Posgrado de la Universidad César Vallejo. Formador de Habilidades Interpersonales, Universidad San Ignacio de Loyola. Formador y Capacitador, Ministerio de Educación del Perú.

Miryam Pari Orihuela
[mpari@unap.edu.pe]
orcid [https://orcid.org/0000-0002-8287-9498]

Licenciada en Educación Primaria, Universidad Nacional del Altiplano. Magíster en Educación con mención en Educación Bilingüe Intercultural y Gerencia Educativa, Universidad Andina Néstor Cáceres Velásquez, Segunda Especialización en Comprensión Lectora y Razonamiento Matemático. Cuenta con experiencia docente en educación básica regular, Unidad de Gestión Educativa Local San Román. Docente ordinario de la Universidad Nacional del Altiplano.

Elisa Cándida Garavito Checalla
[lia.acuario@gmail.com]
orcid [https://orcid.org/0000-0003-1078-8578]

Licenciada en Educación Primaria, Universidad Nacional del Altiplano. Ingeniera Ambiental, Universidad César Vallejo. Magíster Scientiae en Educación con mención en Administración de la Educación, Universidad Nacional del Altiplano. Doctorando en Ciencias de la Educación, Universidad Nacional del Altiplano. Tiene experiencia docente en educación básica regular, Unidad de Gestión Educativa Local Huancané, Puno, Chucuito. Docente contratada en la Universidad Nacional del Altiplano.

La importancia de la pedagogía constructivista en el aprendizaje matemático: evidencias desde un enfoque cualitativo

Vidnay Noel Valero Ancco
Miryam Pari Orihuela
Elisa Cándida Garavito Checalla

INSTITUTO
LATINOAMERICANO
DE ALTOS ESTUDIOS

Publicación sometida a evaluación de pares académicos
(*Peer Review Double Blinded*).



ISBN 978-628-7532-65-6

Derechos patrimoniales exclusivos de publicación y distribución de la obra
Cra. 18 # 39A-46, Teusaquillo, Bogotá, Colombia
PBX: (571) 601 232-3705
www.ilae.edu.co

Diseño de carátula y composición: Harold Rodríguez Alba
Edición electrónica: Editorial Milla Ltda. (57) 601 323-2181
editorialmilla@telmex.net.co

Editado en Colombia
Published in Colombia

Contenido

Índice de tablas

Índice de figuras

Introducción

En la actualidad, la educación de las matemáticas ya no es igual que en años anteriores cuando se fomentaba un tipo de aprendizaje memorístico que buscaba modificar la conducta de los estudiantes en base a la transmisión de saberes por parte del docente. Este modelo, calificado como el modelo conductista en la pedagogía, ha perdido vigencia frente a las nuevas teorías pedagógicas que, más que brindar los conocimientos de una materia en forma pasiva, buscan incentivar el interés por la investigación en los alumnos en base a su propia inclinación natural por conocer y descubrir. Este nuevo enfoque, calificado como el enfoque constructivista de la educación, constituye una de las últimas variaciones en el fomento de la enseñanza matemática frente a una larga tradición en la transmisión de conocimientos, que abarca desde el uso de tabletas de arcilla, hasta el empleo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación. La docencia de las matemáticas, entonces refleja los profundos cambios, tanto en el desarrollo de la pedagogía a partir de la influencia de las nuevas teorías psicológicas, como en el empleo de las tecnologías de transmisión de datos para el fomento del pensamiento abstracto y curioso de los niños.

Aun así, en el Perú estos cambios en la pedagogía no se han producido en forma totalitaria en vista de las profundas carencias que, en el ámbito de la educación, los maestros y maestras han tenido que afrontar. De acuerdo con Cuenca[1], una de las situaciones más difíciles que deben afrontar los maestros es la carencia de diálogo y toma de acuerdos entre el Ministerio de Educación y los docentes, lo cual motiva que los cambios en el currículo que se producen por parte del MINEDU no recojan la experiencia ni las demandas de los profesores. En vista de ello, cuando se promulgó la Ley de la Carrera Pública Magisterial, muchos gremios de docentes, entre ellos el SUTEP, se opusieron a dicha ley en vista de que, desde su perspectiva, vulneraba derechos alcanzados desde 1984. En los últimos años, sin embargo, cada vez más docentes se han ido adecuando a los lineamientos del Ministerio de Educación en vista de que recogen la motivación por regularizar su calificación académica en la búsqueda tanto de mejoras salariales como del prestigio social que implica la carrera docente. Sin embargo, esta situación no se reproduce en todos los docentes, en especial en aquellos con una larga data en la docencia y que suelen acogerse a los lineamientos que han llevado en gran parte de su carrera. Por ello, los cambios propuestos desde el MINEDU, además de las grandes dificultades de diálogo que existen, son difíciles de ser incorporados por parte de estos docentes, quienes

1 Ricardo Cuenca. "La carrera pública magisterial: una mirada atrás para avanzar", *Tarea Asociación de Publicaciones Educativas*, n.° 76, 2011, pp. 21 a 24, disponible en [https://tarea.org.pe/wp-content/uploads/2014/03/Tarea76_21_Ricardo_Cuenca.pdf].

buscan acogerse a lineamientos que en la actualidad, ya no tienen la misma vigencia que en años anteriores.

Por este motivo es que la presente investigación busca rescatar la importancia que posee la influencia del modelo pedagógico ejercido por los maestros y maestras en la formación de sus estudiantes. Como se verá más adelante, el modelo pedagógico elegido por parte de ellos se relaciona en forma directa con el desempeño que sus estudiantes demuestran en diferentes pruebas estandarizadas proporcionadas por el Ministerio de Educación. Ante esta evidencia, resulta que existe una relación de causa y efecto entre la adopción de un determinado modelo pedagógico (como pueden ser los modelos conductista y constructivista) y los resultados obtenidos por sus alumnos. Estos resultados, a su vez, pueden dar cuenta tanto de la disponibilidad de los docentes por adaptarse a los nuevos lineamientos en el currículo escolar, como de los cambios que se deben efectuar por parte de las generaciones más antiguas de maestros, aún anclados a modelos desfasados de enseñanza.

Por ello, para poder evidenciar la importancia de estos resultados en el desempeño de los alumnos con respecto al área de las matemáticas, se empieza mostrando brevemente los cambios que la docencia de esta materia ha tenido a lo largo de la historia humana y cómo, en vista de los profundos cambios que en los últimos años ha experimentado la docencia de las matemáticas, se resalta la importancia del estudio histórico de la pedagogía de esta área a fin de poder reforzar estos cambios o proponer nuevas alternativas en beneficio de los alumnos. Luego de este recorrido histórico, se buscan delimitar las nociones empleadas en la investigación, como son los conceptos de educación matemática, competencia matemática, pensamiento matemático, entre otros. Lo que se pretende con el análisis de estas nociones es evidenciar el modo en el cual la comprensión y aplicación de las herramientas de la matemática se encuentra ligada a una serie de habilidades inherentes a la persona y que se relacionan, en gran medida, con las motivaciones por la reflexión, el análisis abstracto, y sobre todo, la conformación de teorías sobre el mundo por parte de los niños.

En la segunda sección, lo que se busca es delimitar los lineamientos más característicos del enfoque conductista de la educación, el cual estuvo vigente hasta hace algunos años pero que en vista de los nuevos avances en pedagogía, está siendo reemplazado de forma paulatina por el modelo constructivista. Se explican algunas nociones sobre el conductismo, sobre el modo en el cual se ha aplicado a la enseñanza de las matemáticas, y en mayor medida, sobre el cambio entre este enfoque y el modelo constructivista aplicado a las matemáticas. Esta sección más que enfocarse en las características del modelo conductista, busca resaltar que existen habilidades inherentes a la persona que no se corresponden con los lineamientos de este modelo, con lo cual es necesario de superar a fin de repotenciar las habilidades antes descritas.

Tras este recorrido con respecto al conductismo, la tercera sección busca resaltar la relevancia del modelo constructivista aplicado a las matemáticas, de tal forma que en la actualidad, es el modelo que mejor puede impulsar el desarrollo de habilidades como el pensamiento autónomo y la búsqueda y análisis de información externa. De este modo, lo que se busca con la aplicación de este modelo es motivar una actitud más bien activa del recojo y análisis de la información, a fin de que los alumnos puedan ser más autónomos, más libres y más independientes con respecto a lo que buscan saber y experimentar respecto del mundo que les rodea. De esta forma, la enseñanza de las matemáticas de acuerdo a este modelo se puede ver beneficiada por la aplicación de problemas en los cuales se les motiva a los alumnos que empleen estrategias abstractas de análisis en forma activa, siempre que estos sean adecuados para su edad y según la formación que recibieron. Lo que se pretende con este modelo, es entonces que los estudiantes puedan abandonar la tradicional noción de las matemáticas como una disciplina fría y distante, e incorporen un acercamiento más dinámico, práctico y empoderado de la materia que les permita tener el control sobre distintos aspectos de su vida en base a la aplicación de las nociones matemáticas recibidas.

Frente a este panorama, se puede apreciar mejor la investigación realizada con respecto a la influencia que existe entre el modelo aplicado a la enseñanza de las matemáticas y el desempeño logrado por los estudiantes con respecto a esta materia. En general, se tiene que gran parte de los docentes han optado por aplicar el modelo constructivista de las matemáticas, lo cual se puede relacionar con los paulatinos incrementos en el desempeño de los alumnos mostrados en los resultados de las pruebas estandarizadas tomadas por el MINEDU. Sin embargo, aún existen cambios que se deben realizar con respecto a la aplicación de este modelo y que tienen que ver tanto con un mayor énfasis en la formación académica de los docentes como con un mayor diálogo y capacidad para la toma de acuerdos por parte del Ministerio de Educación. A pesar de esto, los resultados son alentadores y prometen cambios muy positivos en el desempeño de los futuros estudiantes del país.

CAPÍTULO PRIMERO

Nociones respecto de la didáctica de las matemáticas

La didáctica de las matemáticas, en vista de los profundos cambios sociales, históricos y culturales que han experimentado las distintas civilizaciones humanas, se ha ido modificando en consistencia con estos cambios. De este modo, se tiene que en la antigüedad, la docencia matemática era entendida como un saber más bien práctico y que por lo general, no solía recibir el mismo prestigio social frente a otras disciplinas, entre ellas la teología o la filosofía. Esta percepción social de la materia tenía que ver con la composición de las sociedades europeas hasta antes de la conformación de las primeras ciudades Estado, en las cuales el incremento de las actividades económicas burguesas impulsó el prestigio de los centros de enseñanza dedicados a la formación académica de las matemáticas. En vista de estos cambios sociales, se vuelve necesario que en la actualidad se definan algunas nociones con respecto la investigación tanto de la docencia como de la historia de la pedagogía matemática, a fin de poder aplicar innovaciones que repercutan en el éxito del desempeño de los alumnos. Por ello, lo que se busca en la primera sección es, primero, hacer un breve recorrido histórico por los cambios en la enseñanza matemática, para luego definir algunas nociones que permitirán apreciar la importancia de la

aplicación de ciertos modelos sobre otros, en especial con respecto al modelo constructivista de la docencia matemática.

I. HISTORIA DE LA EDUCACIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La enseñanza de las matemáticas no constituye un fenómeno reciente de la modernidad, sino que posee una larga y variada historia. De acuerdo con Lerman[2], el primer sistema de enseñanza de las matemáticas fue elaborado alrededor del tercer milenio antes de Cristo, en la actual Mesopotamia. En ese entonces, existían unos centros de enseñanza denominados *edubba*, los cuales funcionaban en base al empleo de tabletas de arcilla cuyo contenido podía borrarse para asimilar nueva información. A su vez, estos centros de enseñanza preparaban escribas para que pudiesen trabajar dentro de la administración estatal, con lo cual las habilidades de escritura y contaduría eran sumamente necesarias. Este modelo en enseñanza, uno de los más antiguos de los que se tiene noticia, tenía como meta el entrenamiento personal, que se le otorgue un valor personal al aprendizaje recibido.

Tiempo después, en la antigua Grecia, la enseñanza de las matemáticas se convirtió en un asunto sumamente central en la educación pública y que era recibida solo por los ciudadanos libres de las ciudades-Estado. Este tipo de educación, a su vez, se enmarcaba en un modelo general en el cual se contemplaron dos disciplinas: por un lado, la enseñanza de la retórica y de la dialéctica como requerimientos para la actividad política y, por otro lado, la didáctica de las matemáticas como un complemento de la enseñanza de la retórica. Más adelante, este modelo bipartito de enseñanza se convertirá en el *trívium* y el *quatrivium*, que componen las llamadas artes liberales. Con respecto a los primeros Estados europeos, se formaron del mismo modo, dos sistemas de enseñanza que continuaron vigentes hasta los tiempos premodernos. Por un lado, la educación general y por el otro, el entrenamiento vocacional proporcionado por instituciones privadas. Con el tiempo, ambas instituciones se convirtieron en lo que actualmente se conoce como escuelas secundarias y escuelas

2 Stephen Lerman (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education*, Cham, Springer International Publishing, 2014.

de clase baja que proporcionan entrenamiento en áreas comerciales y en educación técnica (y cuyo currículo pone un especial énfasis en la enseñanza de las matemáticas). A fines del siglo XIX, estas escuelas técnicas ganaron prestigio social. Más adelante, durante las reformas educativas estadounidenses efectuadas durante la década de los años 1960, se privilegió la enseñanza de las matemáticas para que esta no se circunscriba al ámbito técnico.

A. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria

Dentro de la concepción de la enseñanza de las matemáticas, se tiene que, de acuerdo con Lerman[3], la didáctica de las matemáticas no constituyó una prioridad hasta entrado el siglo XVIII, cuando su importancia fue revalorizada por el impulso del Renacimiento. La importancia de la profesión docente empezó a revalorizarse y surgió el término "profesor principal" para referirse al docente promovido por un estipendio del Estado en instituciones educativas dentro de Austria. Desde 1780, surgieron los seminarios y, por la misma época, se empezó a desarrollar el método Pestalozzi de enseñanza, el cual tuvo una enorme relevancia en Europa y significó un enorme cambio tanto en la enseñanza en general como en la didáctica de las matemáticas, al incorporar métodos más activos de enseñanza y emplear la técnica del reconocimiento dentro de una comprensión más profunda de las matemáticas elementales.

De forma paralela, el pedagogo matemático Friedrich Fröbel[4] desarrolló materiales didácticos para la enseñanza de la geometría en la educación primaria. Sin embargo, el tema de la enseñanza de la geometría en los primeros estadios de la educación resultó ser un tema controvertido, pues se temía que con la adquisición de las herramientas de la geometría tanto los alumnos como los docentes se encontraran "altamente educados". Sin embargo, a pesar de estos escándalos, la educación primaria estuvo mayormente relegada a un sistema educativo separado y reservado para las clases bajas, al estar la mayor parte de los recursos disponibles apartados para la educación secundaria. Aun así, de acuerdo con lo señalado por Lerman[5], el desarrollo de las

3 Lerman (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education*, cit.
4 Oberweißbach, Turingia, Alemania, 21 de abril de 1782 - Marienthal, íd, 21 de junio de 1852.
5 Lerman (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education*, cit.

técnicas pedagógicas en matemáticas fue en la mayoría elaborado en instituciones de entrenamiento pedagógico para maestros. La actual concepción de que la educación primaria y secundaria constituye un continuo que el estudiante debe atravesar de manera paulatina forma parte de una concepción moderna de la educación y solo se puso en efecto durante el siglo XX.

B. La investigación en la historia de la pedagogía matemática

Por todo lo mencionado con anterioridad, se vuelve necesario el desarrollo de una disciplina que dé cuenta de la periodización con respecto a los cambios que ha experimentado la didáctica de las matemáticas. Si bien muchos de los cambios que aún se utilizan fueron desarrollados durante el siglo XIX, las motivaciones por el desarrollo de una disciplina que se encargue de la investigación histórica del desarrollo de la pedagogía en matemáticas se incrementan cada vez más. Este interés parte tanto del elemento histórico asociado con este tipo de investigación, como también del contacto que ofrece el desarrollo de la disciplina con las fuentes primarias como libros de texto u otros materiales pedagógicos utilizados en el pasado. De este modo, el futuro desarrollo de esta disciplina podría dar cuenta en forma categórica de nociones como la definición de la educación matemática, los elementos que conforman y permiten verificar la adquisición de competencias matemáticas, entre otros aspectos.

II. DELIMITANDO LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Como se mencionó en la sección anterior, un aspecto de suma importancia para la investigación en la pedagogía matemática tiene que ver con la propia delimitación de la noción de pedagogía matemática. De este modo, de acuerdo con Dunphy *et al.*[6], la educación matemática puede abarcar tanto el ejercicio y la práctica en la cual diferentes personas se involucran con el ejercicio de la enseñanza y el aprendizaje

6 Elizabeth Dunphy, Thérèse Dooley y Gerry Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, Dublin, National Council for Curriculum and Assessment, 2014, disponible en [https://ncca.ie/media/1494/maths_in_ecp_education_theories_progression_researchreport_17.pdf].

de este tipo de conocimiento, como también el campo de estudio en el cual que se delimita como espacio para la búsqueda científica y la teorización de la práctica de dicho ejercicio. De este modo, lo que se tiene es que existe una relación entre el campo de estudio de la didáctica y el campo de la práctica. Por otro lado, un efecto no contemplado en la división entre campo de estudio y campo de práctica es que el primero de ellos no suele contemplar variables de índole social, cultural o política. Por otra parte, las tendencias más en boga con respecto a la pedagogía de las matemáticas se encuentran vinculadas a ideas respecto de la igualdad y el acceso a este tipo de educación[7], con lo cual estas buscan reflejar un aspecto más amplio con respecto a la didáctica matemática.

Dentro de este contexto, en el cual se busca teorizar con respecto a la enseñanza de esta materia, algunas preguntas se refieren tanto a la propia naturaleza de la materia impartida, con respecto a las personas que se encontrarán dispuestas y capacitadas para recibir este tipo de educación y, por último, preguntas respecto del propio propósito del quehacer didáctico en esta materia. Sin embargo, se puede formular una diferencia en la enseñanza de las Matemáticas y aquella referida a la matemática (con "m" minúscula). Esta diferencia se corresponde con los intentos por adjudicarle a la enseñanza matemática un sentido mucho más profundo, en el cual se busquen conexiones con la vida diaria de las personas y los conceptos matemáticos impartidos, de forma tal que se establezca una conexión entre estos elementos y el propio sistema de creencias de la persona. Junto con la búsqueda por un sentido más profundo de la materia, Clements *et al.*[8] señalan que la educación matemática no debería restringirse o asociarse categóricamente con el ámbito infantil, sino que esta materia debe estar disponible para personas de cualquier edad, en tanto que lo que se busca es que todas las personas puedan tener las mismas oportunidades para aprender matemáticas y beneficiarse de este aprendizaje.

---

7 Alan John Bishop y Helen Forgasz. "Issues in access and equity in mathematics education", en Frank Lester (ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, Charlotte, National Council of Teachers of Mathematics, 2007, pp. 1.145 a 1.167.

8 M. A. (Ken) Clements, Christine Keitel, Alan J. Bishop, Jeremy Kilpatrick y Frederick K. S. Leung (eds.). "From the few to the many: historical perspectives on who should learn mathematics", en *Third international handbook of mathematics education*, Nueva York, Springer, 2013, pp. 7 a 40.

Por otro lado, y como parte de la definición tanto de la didáctica de las matemáticas como de los objetivos que esta persigue, y de acuerdo con Dunphy *et al.*:

> El propósito del aprendizaje de las matemáticas en las escuelas se ve, en la actualidad, entre dos vertientes: la preparación de ciudadanos competentes en las matemáticas dentro de la sociedad y la preparación para algunas de las futuras carreras en las cuales las matemáticas resultan fundamentales[9].

Por otro lado, y como parte de la delimitación de la materia, se debe contemplar el hecho de que la didáctica de las matemáticas no se puede efectuar de la misma forma en todos los niveles de enseñanza, a pesar de que como meta se tenga que un gran número de personas sean capaces de emplear el razonamiento matemático. Por este motivo es que los currículos educativos suelen dividir por niveles y competencias el logro alcanzado por sus estudiantes de acuerdo con las capacidades cognoscitivas que estos poseen. De este modo, como parte de las definiciones dentro de la disciplina, se debe contemplar una noción que dé cuenta de la educación matemática para niños de entre tres y ocho años de edad. Así, como parte de las nociones contempladas para la didáctica matemática en los estadios primarios de la escolarización, se tiene que lo que se busca en estos niveles es un ejercicio de la literacidad matemática en la cual los infantes son capaces de comunicarse por medio de un sistema de signos matemáticos, entendido este proceso dentro del aprendizaje de la cultura general infantil.

De esta manera, es una revalorización de los conceptos y las operaciones empleadas como conceptos clave para la didáctica matemática durante los primeros años, de forma tal que se llega al reconocimiento de que "el pensamiento matemático empieza para todos los niños con comparaciones sobre la cantidad y el desarrollo del entendimiento de dicha cantidad"[10]. El reconocimiento de esta importancia, por supuesto, no implica que se deban abandonar otras nociones contempladas en la enseñanza matemática para los niños de esta edad, sino más bien

9 Dunphy, Dooley y Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, cit., p. 34.

10 Ibíd., p. 36.

que a los niños se les debe introducir en forma gradual a estos temas dentro de un entorno de aprendizaje con el propósito de que se pueda exponer a los niños a la riqueza de las ideas matemáticas.

III. La competencia matemática

Con respecto a la competencia en los saberes de las matemáticas, se tiene que esta habilidad ha sido adoptada como un elemento clave en el desarrollo de las políticas enfocadas en el fortalecimiento de la enseñanza de esta materia dentro de la legislación de numerosos países. De este modo, se han identificado cinco vertientes: i) el entendimiento conceptual, ii) la fluidez del procedimiento, iii) la competencia estratégica, iv) el razonamiento adaptativo, y v) la disposición productiva.

En cuanto al entendimiento conceptual, este es definido por Dunphy *et al.*[11] como la habilidad para diferenciar entre nociones matemáticas conceptuales y hechos aislados. Así, lo que se busca con el fortalecimiento de estas habilidades es la obtención de un atisbo integrado respecto de las ideas matemáticas, así como también de los motivos y los contextos en los cuales estas ideas son aplicables. Por otro lado, con respecto a la fluidez del procedimiento, lo que se busca con esta habilidad es el ejercicio de realizar procedimientos matemáticos en forma fluida, certera, eficiente y apropiada.

También, lo que se busca con el fortalecimiento de esta habilidad es el análisis de diferentes tipos de cálculo con el objetivo de que el estudiante pueda ser capaz de diferenciar aquel que le sea más adecuado dependiendo del contexto en el cual se enmarca. Por este motivo, los métodos respecto de la fluidez en el procedimiento contemplan medios escritos, métodos mentales y métodos que emplean el uso concreto de materiales y de herramientas tecnológicas. Además de estos objetivos, la competencia matemática también incluye el desarrollo de estrategias de competencia, por medio de las cuales se incentiva la capacidad de los alumnos para idear mentalmente representaciones tanto de problemas que forman parte del aprendizaje como los que no, la identificación de relaciones matemáticas entre diferentes elementos y la flexibilidad en las aproximaciones para la resolución de problemas.

11 Dunphy, Dooley y Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, cit.

Por otro lado, con respecto al razonamiento adaptativo, este busca desarrollar las habilidades retóricas del estudiante para que sea capaz de justificar tanto su propio trabajo como el empleo de los procedimientos que utilizó en la resolución de algún problema. En líneas generales, se busca incentivar en el estudiante un tipo de comportamiento activo y asertivo por medio del cual pueda dar cuenta de sus motivos dentro de la resolución de problemas y de las estrategias utilizadas para resolverlos.

Por último, respecto de la disposición productiva, esta característica se refiere a la inclinación habitual por ver a las matemáticas como una disciplina sensible, útil, provechosa y vinculada con la creencia tanto de la propia diligencia del estudiante como de su propia eficacia.

IV. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LOS NIÑOS

Para poder desarrollar las habilidades y competencias necesarias en el desarrollo de las habilidades matemáticas, se vuelve importante el desenvolvimiento del pensamiento matemático en los niños, con el objetivo de que no solo ellos puedan obtener estas habilidades en un entorno seguro y ameno, sino que además se garantice el que los docentes puedan conducir satisfactoriamente a sus alumnos por medio de los diferentes niveles sofisticados el razonamiento matemático. De este modo, de acuerdo con Dunphy *et al.*[12], existen en la actualidad hasta tres modelos distintos que pueden ayudar a los docentes a desarrollar el pensamiento matemático en los niños: i) el trabajo con el pensamiento y comprensión de los niños, ii) las trayectorias de aprendizaje hipotético generadas por el docente, y iii) el desarrollo de las progresiones pre-específicas como la base para las trayectorias de aprendizaje.

Con respecto al primer modelo, se entiende que el trabajo con el pensamiento y comprensión de los niños busca dirigir la atención de los docentes hacia la comprensión de las matemáticas en los mismos, al tiempo que busca involucrarlos en la resolución de problemas con un rico contenido didáctico. De este modo, la instrucción de las matemáticas busca modificarse para que se pueda adaptar a las necesidades

12 Dunphy, Dooley y Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, cit.

y contexto de los estudiantes. Cuando este acercamiento fue introducido por primera vez durante la década de los años 1970, constituyó un modelo novedoso de enseñanza que se caracterizaba por el trabajo que realizaban los niños respecto de la resolución de problemas reales. Este tipo de trabajo les permitía a los niños el ejercicio de la imaginación puesta en práctica para que puedan vincular las matemáticas con el mundo real. De este modo, los problemas que se les presentaban podían incluir contextos sacados de situaciones reales, pero también problemas sacados desde un mundo fantástico o del mundo formal de las matemáticas[13].

Una segunda característica con respecto a este método pedagógico, consistía en el empleo de modelos desarrollados por los niños como base tanto de la enseñanza como del aprendizaje. De este modo, el empleo de modelos pedagógicos tenía un rol en particular, en tanto que proporcionaban el contexto en el cual los niños podían ser apoyados en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Por último, el empleo de este modelo de enseñanza, además de lo expuesto anteriormente, permitía que diferentes niveles de comprensión puedan ser distinguidos y, conforme los niños atravesaban estos niveles, los modelos podían tener un rol importante en el fortalecimiento de las habilidades que les permitirían pasar de un nivel al otro.

De esta manera, el paso por los diferentes niveles de aprendizaje podía ser percibido como puentes entre una comprensión informal y la abstracción de ideas formales. Así, un determinado modelo podía, por ejemplo, incluir materiales, bocetos visuales o símbolos. Los modelos comparten dos características muy importantes: por un lado, deben estar enraizados en contextos realistas y, por el otro, deben ser lo suficientemente flexibles como para que puedan ser aplicables en un contexto más general. Además, los modelos podían dar cuenta de una situación inicial, pero además de esto, también debían organizar nuevos problemas matemáticos[14]. Sin embargo, los modelos empleados por este enfoque han sido elaborados por los niños en el desarrollo de su envolvimiento con el problema formulado y gradualmente ofrecen la posibilidad de que los niños puedan comprender una situación mu-

13 Marja van den Heuvel-Panhuizen. "The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 54, n.° 1, 2003, pp. 9 a 35.

14 Ídem.

cho más rica y significativa respecto de los problemas propuestos para así formular soluciones en forma activa.

Con respecto al segundo modelo, las trayectorias de aprendizaje hipotético generadas por el docente, se tiene que consiste en el trabajo con la tensión que se genera en base a la necesidad por lograr una determinada meta en el aprendizaje de los niños al tiempo que se atienden las respuestas que estos generan en base al aprendizaje recibido. De este modo, de acuerdo con Simon[15], se desarrolló un modelo teórico de toma de decisiones para el docente respecto de las tareas matemáticas que este debe cumplir en clase. Así, el autor propuso un modelo en el cual se comprenden las metas del aprendizaje, las actividades dirigidas al aprendizaje y la descripción tanto del pensamiento como del aprendizaje que se podría producir por parte de los estudiantes que participan en él. Por consiguiente, se genera un esquema cíclico en el cual el conocimiento del docente impartido en las clases será recepcionado por los alumnos y, de acuerdo con las respuestas que estos puedan ofrecer en base al conocimiento adquirido, es que el docente puede generar hipótesis respecto de este proceso de aprendizaje, con el objetivo de idear nuevas actividades que puedan ser recepcionadas por sus alumnos. Así, se genera un ciclo de aprendizaje en el cual las respuestas de los alumnos condicionan las hipótesis del docente en la formulación de nuevas estrategias y planes de aprendizaje.

Con la elaboración de este modelo, Simon buscaba enfatizar el componente imprevisible del desarrollo de la sesión de clases en la enseñanza de las matemáticas, así como también buscó enfatizar la necesidad por la formulación de continuas modificaciones de acuerdo con el desenvolvimiento de las sesiones de clase. De este modo, indica que:

> En tanto los estudiantes empiezan a involucrarse en las actividades planeadas, el docente comunica y observa a sus estudiantes, lo cual le lleva a obtener nuevas concepciones respecto de la comprensión de sus alumnos. El ambiente del aprendizaje evoluciona como resultado de la interacción entre maestros y estudiantes en tanto que ambos se involucran con el contenido matemático [...] es lo que los

15 Martin A. Simon. "Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 26, n.º 2, 1995, pp. 114 a 145.

> estudiantes hacen con la tarea y su experiencia en ella que se determina el potencial para el aprendizaje[16].

Por otro lado, la noción que Simon le adjudica a la noción de trayectoria de aprendizaje hipotética enfatiza la predicción del docente del camino por medio del cual el aprendizaje se puede efectuar. De esta manera, también se enfatiza su naturaleza hipotética, dado que la ruta de aprendizaje señalada no se conoce con anticipación. Así, las diferentes trayectorias que se pueden emprender en la consecución del aprendizaje son, en esencia, construidas sobre la marcha de la sesión de clases, a partir de las respuestas de los alumnos a las hipótesis formuladas por parte del docente. Por ello, el docente al momento de diseñar su trayectoria de aprendizaje, debe tener en cuenta tanto la tarea que se empleará como las metas de aprendizaje trazadas.

A propósito de estas metas de aprendizaje, Simon[17] (1995) propone la identificación con los acuerdos de aprendizaje, los cuales se pueden definir como aquellas metas significativas y obtenidas en el desarrollo matemático de los estudiantes que buscan dar cuenta de las diferencias entre aquellos estudiantes que pueden dar muestras de concepciones más sofisticadas frente a aquellos que dan cuenta de lo contrario. De este modo, la importancia de la perspectiva planteada por el autor consiste en la influencia que las respuestas de los estudiantes al desarrollo de la clase tendrán en el trabajo posterior y en las formas en que se irá desarrollando el pensamiento matemático de los niños.

Por último, con respecto a la tercera perspectiva sobre las progresiones de desarrollo pre-especificadas como base para las trayectorias de aprendizaje, se tiene que este modelo de aprendizaje se basa en las investigaciones neurológicas efectuadas por Sarama y Clements[18] para dar cuenta de una matriz de niveles de desarrollo delimitados por medio de los cuales los niños los van atravesando de acuerdo con los

16 Simon. "Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective", cit., p. 133.

17 Martin A. Simon. "Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 26, n.º 2, 1995, pp. 114 a 145.

18 Julie Sarama y Douglas H. Clements. *Early childhood mathematics education research: learning trajectories for young children*, Nueva York, Routledge, 2009.

logros de aprendizaje esperados en cada nivel. De este modo, al delimitar dichos niveles, los investigadores buscan propiciar el desarrollo cognitivo de los niños de acuerdo con el nivel esperado en el cual deberían encontrarse. Así, el énfasis que ambos colocan en este modelo de aprendizaje se encuentra en la importancia de las progresiones de desarrollo de un nivel hacia el otro. Estas progresiones, tal y como ambos autores las entienden, constituyen caminos de aprendizaje "mediante los cuales los niños se mueven a través de niveles de pensamiento"[19].

De este modo, con el desarrollo y delimitación de los distintos niveles de desarrollo, lo que ambos autores buscan es "enfatizar tanto los procesos de aprendizaje como los procesos de enseñanza, juntos"[20]. Con ello, lo que buscan es conceptualizar las trayectorias de aprendizaje como descripciones, tanto del pensamiento como del aprendizaje de los niños, en un entorno específicamente matemático y mediante una ruta conjeturada a través de juegos de tareas instruccionales diseñadas para "engendrar aquellos procesos mentales o acciones hipotetizadas que podrían motivar a los niños a través de una progresión de niveles de pensamiento, creada con la intención de apoyar el logro de los niños sobre metas específicas en un entorno matemático"[21].

A. Comparación entre los tres enfoques de aprendizaje

De acuerdo con lo señalado por Dunphy *et al.*[22], el primer modelo analizado respecto del trabajo con el pensamiento y comprensión de los niños, este modelo de aprendizaje tiene mucho en común con las perspectivas socioculturales, en tanto que busca establecer un entorno educativo con su propia cultura del salón de clases para garantizar un aprendizaje exitoso de las matemáticas. Por otro lado, los enfoques

19 Ibíd., p. 17.

20 Dunphy, Dooley y Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, cit., p. 90.

21 Julie Sarama y Douglas H. Clements. "Building blocks for early childhood mathematics", *Early Childhood Research Quarterly*, vol. 19, n.° 1, 2004, p. 183.

22 Dunphy, Dooley y Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, cit.

propuestos por Simon[23] y por Sarama y Clements[24] se basan en la incorporación de la ciencia cognitiva para promover la comprensión matemática de los estudiantes. De este modo, respecto del enfoque utilizado por Simon[25], la importancia que reporta se justifica en su intención por diferenciarse de una concepción progresista y lineal del proceso de aprendizaje al reconocer que no todos los niños se pueden adecuar a los mismos patrones de comprensión y de aprendizaje, con lo cual buscó incorporar dentro de su propuesta una perspectiva constructivista (la cual se explicará más adelante) en su aproximación a la docencia.

Sin embargo, se podría pensar que la aproximación empleada por Sarama y Clements[26] resulta en una concepción lineal del aprendizaje al delimitar etapas y niveles de desarrollo. Estas etapas solo son referenciales y buscan adecuarse no a una interpretación sociológica de las interacciones que se suceden dentro del salón de clases, sino al desarrollo cognitivo que, de acuerdo con los estudios realizados, parece poder contemplarse. La linealidad de las etapas de desarrollo delimitadas por Sarama y Clements[27] no buscan aplicarse de forma categórica en todos los casos, sino que constituyen una guía abierta a la interpretación, pero limitada por los datos neurológicos recabados.

V. LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR

Tras el análisis de las estrategias más novedosas en materia de la consolidación de los aprendizajes, resulta necesario el análisis de la situación de la enseñanza de las matemáticas en el país. Al respecto, una de las pocas fuentes disponibles sobre esta materia lo constituye el artícu-

23 Simon. "Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective", cit.

24 Sarama y Clements. *Early childhood mathematics education research: learning trajectories for young children*, cit.

25 Simon. "Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective", cit.

26 Sarama y Clements. *Early childhood mathematics education research: learning trajectories for young children*, cit.

27 Ídem.

lo de Ayala[28], el cual da cuenta de una profunda desactualización de las estrategias empleadas para el aprendizaje matemático por parte del diseño curricular. En principio, el autor señala que en el Perú no ha sido posible el llegar a un consenso entre los docentes de matemática y los especialistas en el diseño de la educación básica regular del Ministerio de Educación. Más aún, esta situación de falta de diálogo parece que tiene una larga data, pues indica que parte de las problemáticas entre los docentes y los planes elaborados por el ministerio tienen que ver con una falta de correspondencia entre los temas propuestos en el currículo y la capacidad de aprendizaje de los estudiantes. De este modo, se tiene que:

> Antes de la reforma educativa del decenio de 1970, cuando todavía se aplicaban los planes y programas de estudio, los cursos de Matemática [...] estaban organizados en función de la estructura interna de las disciplinas mencionadas, muy cohesionada [...] y que, además, presionaba sobre los planes de estudio[29].

Sin embargo, la estructuración de los temas respecto de las distintas ramas de la matemática, como se menciona, obedecía a la progresión tradicional de estos temas y no a las propias capacidades de los alumnos, los cuales mostraban pobres resultados en base a esta estructuración que eran percibidos por los docentes, pero no considerados por los especialistas del Ministerio de Educación. Por este motivo, Ayala[30] reitera que el orden progresivo de los temas propuestos no solo no se corresponde con las capacidades de los estudiantes, sino que tampoco obedece a la secuencia de aprendizaje que determina las capacidades de los alumnos.

De este modo, lo que se podría evidenciar es que, en primer lugar, el ordenamiento de los temas matemáticos propuesto por el minedu no se correspondería con la concepción de un aprendizaje delimitado de acuerdo a las etapas del desarrollo cognitivo propuesta por Sara-

28 Ana Ayala Flores. "Currículo y educación matemática", *tarea Asociación de Publicaciones Educativas*, n.° 71, 2009, pp. 18 a 21, disponible en [http://www.tarea.org.pe/images/Tarea_71___18_Ana_Ayala.pdf].

29 Ibíd., pp. 19 y 20.

30 Ayala Flores. "Currículo y educación matemática", cit.

ma y Clements[31], ni tampoco se podría relacionar con el modelo en constante cambio propuesto por Simon[32], según el cual, en efecto, se consideran las reacciones de los estudiantes respecto de las lecciones recibidas para, a partir de ahí, proponer hipótesis de implementación que mejoren la calidad educativa.

En el caso de Ayala, se denuncia no solo la desidia motivada por los especialistas del minedu, sino la larga data que esta reporta y que solo repercute en el perjuicio de la educación nacional. De este modo, se tiene que "en los sucesivos currículos escolares que hemos venido aplicando en el país hemos pasado por alto los propósitos fundamentales de la educación matemática"[33].

31 Sarama y Clements. *Early childhood mathematics education research: learning trajectories for young children*, cit.

32 Simon. "Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective", cit.

33 Ayala Flores. "Currículo y educación matemática", cit., p. 20.

CAPÍTULO SEGUNDO

El enfoque pedagógico conductista

Los antiguos hombres comprendían la psicología como una ciencia que estudia el alma. Esta definición, lejos de consolidarla como un campo de estudio que requería una investigación, la dejó relegada. Por ello, la acción de Wilhem Wundt[34] en el siglo XIX, resulta relevante, pues será con él que se formará en el mundo el primer laboratorio de psicología experimental.

La breve introducción a la psicología expuesta en el párrafo anterior sirve de base para entender el surgimiento del conductismo, una teoría psicológica que al buscar un objeto de estudio para analizar concluirá que es la conducta, aquello que el científico puede observar y medir, para luego ofrecer un sustento con base experimental. Los resultados serán posteriormente conocidos como principios y buscarán demostrar con diversas investigaciones cómo la conducta es un elemento tan importante, así como las herramientas con las que puede moldearse, considerando por ello un instrumento confiable para alcanzar conductas esperadas no solo en el comportamiento del individuo sino también como medio de aprendizaje.

34 Mannheim, Alemania, 16 de agosto de 1832 - Großbothen, Grimma, íd, 31 de agosto de 1920.

Es así que, siguiendo con el curso de la ciencia, la psicología y sus teorías evolucionaron hasta alcanzar una de las más importantes en la actualidad: el constructivismo, el cual, contrario al conductismo, buscará demostrar la importancia del estudio de la mente en la adquisición de nuevos conocimientos, los cuales permanecerán en la mente del individuo como un anclaje, con el que el estudiante podrá construir información nueva, así como buscar su propia ruta de aprendizaje, de acuerdo a los conocimientos previos que posea de una determinada materia.

I. NOCIONES SOBRE EL CONDUCTISMO

En las primeras décadas del siglo XX, la teoría conductista tomó posición en el mundo de la psicología. Con JOHN B. WATSON[35] como fundador, el estudio es descrito como una investigación de tipo experimental que argumenta que la psicología requería un enfoque científico que hiciera análisis mediante procesos observables dando así lugar a la conducta como eje principal de la teoría, sin por ello descartar elementos de similar relevancia como el medio ambiente o el contexto donde se suscita la acción. Esta teoría causó revuelo en muchos investigadores de la época, pues se dejaban de lado procesos no observables como la introspección y el estudio de la conciencia.

Es así que el conductismo sigue dos caminos como método de estudio: por un lado, el condicionamiento clásico, y por el otro, el operante, siendo este último el más conocido y propuesto por BURRHUS FREDERIC SKINNER[36], quien hablaba del aprendizaje por refuerzos, un recurso que se explica como aquel refuerzo que posibilita que una respuesta sea repetitiva y recurrente, los cuales pueden ser negativos o positivos:

> Dentro de los primeros, tenemos a los positivos agradables como el otorgamiento de un premio y los positivos no agradables como un reto o el retiro del refuerzo positivo antes adquirido, en los negativos todos son de carácter no

35 Travelers Rest, Carolina del Sur, 9 de enero de 1878 – Nueva York, 25 de septiembre de 1958.

36 Susquehanna Depot, Pensilvania, 20 de marzo de 1904 – Cambridge, 18 de agosto de 1990.

> agradable como son los castigos o cuando se suprime algo para modificar una conducta determinada. El castigo suprime las respuestas, pero no provoca que se olviden[37].

Esto quiere decir que la persona recibe una indicación sobre lo que debe hacer, dejando de lado cuáles son las respuestas correctas. Aun así, Skinner estaba convencido de la efectividad de su método para la resolución de problemas educativos, ya que creía que en el sector educativo de la época existía la educación mediante acciones desagradables, es decir, el aprendiz decidía aprender para evitar una sanción, ya sea una amonestación, el retiro de objetos agradables en el juego, etc.[38].

De lo expuesto se infiere que el conductismo operante puede hallarse en conductas que reciben un estímulo para recibir recompensas que generen la recurrencia de una acción o en todo caso para evitar una sanción en relación a una conducta que se desea retirar del individuo. De ahí el nombre conductismo, es decir, que conduce al ser humano por caminos y si los puede seguir para desarrollar una determinada actividad.

Este tipo de condicionamiento ha sido aplicado ya en áreas educativas como la tutoría, que según de la Cruz[39], tiene el propósito de reforzar las acciones positivas en las que se ve un avance y promover acciones o conductas positivas. De igual manera, el conductismo ha sido considerado viable para ser aplicado a la educación para estimular o suprimir acciones relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza.

En relación a la enseñanza, aspecto que se abordará a profundidad más adelante en el texto, el conductismo la concibe como una eventual conducción de reforzadores[40] que permite que las conductas sean moldeables y que requiere de elementos simbólicos, los cuales, más

37 I. Morales. "Conductismo como recurso para la mejora del ambiente, el aprendizaje y la disciplina escolar en la práctica docente", *Visión Educativa*, vol. 11, n.° 4, 2017, p. 67.

38 Schunk, cit. en ibíd.

39 Gabriela de la Cruz Flores. "Tutoría en educación superior: análisis desde diferentes corrientes psicológicas e implicaciones prácticas", *cpu-e, Revista de Investigación Educativa*, n.° 25, 2017, pp. 34 a 59, disponible en [https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=283152311003].

40 Yolanda Heredia Escorza y Ana Lorena Sánchez Aradillas. *Teorías del aprendizaje en el contexto educativo*, 2.ª ed., México, Editorial Digital del Tecnológico de Monterrey, 2012, disponible en [https://catalogo.altexto.mx/teorias-del-aprendizaje-en-el-contexto-educativo-7w1ex.html].

adelante se cambiarán por reforzadores reales. La intención es alcanzar una meta, la cual tiene peso porque se sustenta el poder del reforzador.

Otro recurso que se utiliza en la enseñanza desde una perspectiva conductista es el retiro de cualquier estímulo agradable, por ejemplo, cuando se trata de la educación básica, para modificar una conducta se suele pedir al alumno que se mantenga de pie en la esquina del aula para que el estudiante suprima el comportamiento que se considera negativo, sin embargo, es menester señalar que el tiempo que el alumno permanecerá en dicha situación debe ser breve. En esa línea, Heredia y Sánchez agregan que para poner en práctica es tipo de enseñanza es necesario que el docente tenga completo dominio del aula, así como que conozca los intereses personales de cada alumno, pues puede usarlos como elementos de reforzamiento para alguna conducta. Pues, en el caso de que se busque reforzar a un niño en una conducta considerada positiva estimulándolo con juego deportivo que él no disfruta, el resultado será el contrario al que se espera. Cabe señalar que las herramientas antes mencionadas pueden ser utilizadas en diversos campos de estudio, tales como lenguaje, ciencias naturales, matemáticas, etc.

II. La aplicación del conductismo en enseñanza de la matemática

El aprendizaje es el resultado de la recepción e internalización de la información dada. Para lograr que esta se consolide en la mente del individuo, los docentes apelan a distintas herramientas de enseñanza en las que diversas teorías son aplicadas, cada una de ellas con sus propios recursos. Por ejemplo, en el caso de la teoría conductista, el aprendizaje se alcanza cuando se ven manifestaciones adecuadas en las conductas generadas por un estímulo en particular. En esa línea, la teoría conductista resaltará en cualquier caso la práctica, el esfuerzo y la retroalimentación para consolidad en la mente del estudiante su aprendizaje y memoria[41].

41 Fernanda Alexandra Vásquez Yépez. "El juego en el aprendizaje de las matemáticas", *Educación: Revista de la Facultad de Ciencias de la Educación*, vol. 25, n.° 1, 2019, pp. 55 a 58, disponible en [http://revistas.unife.edu.pe/index.php/educacion/article/view/1768].

Al respecto, Torres[42] explica en su investigación cuál es el proceso que sigue un docente guiado por el conductismo, para ello el estudioso considera el conductismo como una dimensión con seis indicadores: i) moldeamiento, ii) encadenamiento, iii) imitación, iv) educación programada, v) análisis de tareas y vi) evaluación conductista.

Así, en el caso del moldeamiento, Torres explicó que los docentes felicitan a sus alumnos cuando resuelven un problema de manera correcta; encadenamiento, es decir el educar plantea, en primera instancia, problemas fáciles y luego los difíciles; imitación, el docente muestra paso a paso cómo el alumno debe resolver un problema y posteriormente solicita que se use el mismo procedimiento para luego plantear nuevos problemas usando como base el que enseñó con anterioridad; educación programada, el docente debe utilizar el libro de texto de matemáticas como apoyo y repetir los pasos a seguir cada vez que el estudiante no resuelve un problema de forma correcta; análisis de tareas, el docente indica paso a paso la resolución de los problemas y revisa si se han cumplido a cabalidad; evaluación conductista, realiza el nivel de aprendizaje usando el examen como herramienta de evaluación, así como el comportamiento en el aula durante la prueba.

Ahora bien, aunque dicha visión docente tenga sustento en el conductismo, el enfoque que lo plantea es el mecanicista, el cual tiene como meta que los estudiantes aprendan los conceptos matemáticos haciendo uso de la memoria y el ejercicio constante y amplio que le permita al educando seguir los procedimientos sin presentar dificultades. Cabe señalar que el enfoque mecanicista se encuentra interesado en gran medida de qué estímulos serán los mejores para conducir al alumnado a respuestas favorables y cómo los debe aplicar[43].

De lo expuesto, se concluye que la parte más activa de este tipo de enseñanza es la del docente, pues mientras este asume la responsabilidad de generar estímulos para que el alumno responda al aprendizaje de la forma esperada, el estudiante se mantiene expectante a las recom-

42 I. Torres. "Estrategias de enseñanza en matemáticas utilizadas por los docentes de escuelas primarias", *Revista de Investigación Educativa*, vol. 12, n.° 25, 2018, pp. 20 a 29.

43 Mariela Sarmiento Santana cit. en Víctor Cobos Martínez. "Enseñanza de las matemáticas en el noreste de México: metodología y significado entre docentes de secundaria" (tesis de doctorado), Nuevo León, México, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2020, disponible en [http://eprints.uanl.mx/20058/1/1080313944.pdf].

pensas o sanciones que pueda recibir según los resultados alcanzados[44]. Al respecto, este método de aprendizaje ha recibido una serie de críticas que la consideran una práctica sin sustancia, es decir que no permite al estudiante razonar debidamente y más bien lo mantiene pasivo frente al aprendizaje, situación que en la actualidad es muy cuestionable, pues otras teorías sugieren que no todos los estudiantes poseen el mismo tipo de inteligencia y ello podría dificultar el proceso de enseñanza y de interés que el alumno pueda generar por una materia que se cree, de manera errada, que es sumamente complicada: la matemática.

A. Características del modelo pedagógico conductista

Si bien el conductismo estuvo representado por varios investigadores y tuvo algunas divisiones, según Skinner[45] el modelo mantuvo puntos homogéneos en relación a sus elementos aplicados al sector educativo, los cuales se caracterizaban por:

a. El estudio está enfocado en la conducta del individuo, que su vez se verá influenciada por el contexto en el que se encuentra y se verá reflejado en la respuesta que realice y cómo su organismo lo manifiesta.

b. El método tiene sus bases únicamente la experiencia.

c. La conducta del individuo se sostiene en la situación, la respuesta y el organismo.

d. La psicología es, para los seguidores de esta teoría, una ciencia aplicada que tiene como objetivo principal predecir y modificar una conducta.

44 Peggy A. Ertmer y Timothy J. Newby cits. en ibíd.

45 Burrhus F. Skinner cit. en Aura Sofía Flores Herrarte. "Impactos del modelo pedagógico conductista del aprendizaje de la matemática durante el bachillerato, en el rendimiento académico de los estudiantes del primer semestre de la carrera de Ingeniería Empresarial de la Universidad Francisco Marroquí, ciclo 2016" [tesis de pregrado), Guatemala, Universidad Galileo, 2016, disponible en [http://biblioteca.galileo.edu/tesario/bitstream/123456789/908/1/Aura%20Flores%20%202016.pdf].

Por otro lado, los principios fundamentales que presentan ente modelo, según afirma Rodríguez[46]:

a. Se trata de una alternativa que permite al docente educar usando como modelo el estímulo-respuesta.

b. Hace uso del método deductivo para estudiar la conducta, es decir el comportamiento observable, el cual a su vez puede ser sometido a medición y cuantificación.

c. Se requiere estudiar la conducta del individuo y analizar los limitantes que genera el estudio de la conciencia.

d. El estudiante adquiere conocimientos por acumulación de las relaciones entre los estímulos y respuestas proporcionados.

e. No se puede calificar el progreso del estudiante en medidas cualitativas, no existe un conocimiento inferior y otro superior, solo se dan acumulaciones.

f. Los principios del conductismo son: el de reforzamiento, el de control de estímulos, y el de los programas de reforzamiento complejidad acumulativa.

g. La base de su estudio es metodología experimental.

h. El aprendizaje tiene como base el condicionamiento clásico, propuesto por Iván Pávlov[47].

i. Para los estudiosos de esta teoría no existe la conciencia como objeto de estudio.

j. La introspección, es decir la mirada haca al interior, no es considerada como método de estudio por los conductistas.

46 M. Rodríguez cit. en ibíd.

47 Riazán, Rusia, 26 de septiembre de 1849 - San Petersburgo, Rusia, 27 de febrero de 1936.

k. Los teóricos de este enfoque afirman que la conducta es una respuesta del medio que rodea al individuo, los estímulos y la relación que construyen basados en su propia experiencia.

En términos de Chávez[48] el conductismo posee una dinámica educativa sujeta por siete ejes:

1. *Docente*: es el sujeto que elaborará los escenarios, el esquema de enseñanza y el proceso de aprendizaje. Su función es identificar las necesidades de instrucción que pueda presentar el estudiante.

2. *Alumno*: es un elemento pasivo del cual se podrá conocer principalmente por la reacción que tiene frente a los estímulos.

3. *Conocimiento*: es directo sigue un proceso de constante reforzamiento.

4. *Contenidos*: son organizados y memorísticos.

5. *Enseñanza*: condicionada por estímulos.

6. *Aprendizaje*: se dice que se ha logrado cuando se evidencian cambios en la conducta del estudiante.

7. *Estrategias*: son los que el docente pone en práctica para alcanzar el aprendizaje y evaluación, es una prueba que mide el aprendizaje, el que si no es como se espera será reforzado por el docente mediante estimulo-respuesta.

48 Alma Delia Chávez cit. en Richar Jacobo Posso Pacheco, Laura Cristina Barba Miranda y Nelson Rafael Otáñez Enríquez. “El conductismo en la formación de los estudiantes universitarios”, *Educare*, vol. 24, n.° 1, 2020, pp. 117 a 133, disponible en [https://revistas.investigacion-upelipb.com/index.php/educare/article/view/1229].

III. EL CAMBIO DE PARADIGMA DEL CONDUCTISMO AL CONSTRUCTIVISMO

A lo largo de la historia distintas teorías han intentado explicar qué es el aprendizaje, cómo se desarrolla en el ser humano, cuál es el más idóneo para la enseñanza básica y superior, etc. Sin embargo, no se ha logrado llegar a un consenso para dar respuestas a aquellas interrogantes, pues el individuo resulta ser más complejo de lo que parece. Es así que debido a la evolución de las investigaciones teóricas como las del conductismo, expuestas en el apartado anterior, comienzan a problematizarse para generar cambios en el curso de la ciencia y surgen otras como el constructivismo.

De acuerdo a lo señalado, la corriente conductista, que estudia la conducta del ser humano, no solo tuvo como objeto el conocimiento sobre un aspecto del aprendizaje, sino también realizó aportes en el ámbito educativo, que hasta la actualidad poseen una importancia innegable, pues esta teoría considera relevante el ordenamiento del estímulo y de las consecuencias que surgen en un determinado contexto[49].

Para esta teoría son más importante las conductas que pueden ser observables sin considerar lo que sucede de manera interna en el individuo y en función a ello, plantea también que determinados estímulos generan un tipo particular de respuestas, ofreciendo así al ámbito educativo un paradigma de aprendizaje mecánico, el cual obtuvo diversas críticas. Sin embargo, como propia de la ciencia, esta teoría no fue la única en surgir con planteamientos relacionados al aprendizaje en el ámbito educativo, pues al poco tiempo la teoría constructivista ingresaría al campo de estudio con una propuesta novedosa: la mente elabora e interpreta información en cada nueva situación en la que se encuentra, es decir la memoria estará de forma constante en construcción e interacción recibida.

Esto significa, si se extrapola la idea al campo educativo, que el estudiante si bien recibirá una determinada información para resolver un problema matemático, esta podrá variar y buscar un camino más

---

49 Helen Iveth Figueroa Cepeda, Karlita Elizabeth Muñoz Correa, Edwin Vinício Lozano y Diego Fernando Zavala Urquizo. "Análisis crítico del conductismo y constructivismo, como teorías de aprendizaje en la educación", *Revista Órbita Pedagógica*, vol. 4, n.° 1, 2017, pp. 1 a 12, disponible en [https://refcale.uleam.edu.ec/index.php/enrevista/article/view/2312].

rápido, según el alumno, para desarrollar un enunciado numérico que requiere una respuesta. En esa línea, "el interés del constructivismo se sitúa claramente en la creación de herramientas cognitivas que reflejan la sabiduría de la cultura en la cual se utilizan, así como los deseos y experiencias de los individuos"[50]. Esta teoría se muestra, tal como señala la cita, más flexible para adquirir conocimientos y, según añaden los autores, tiene como interés que el aprendizaje sea significativo, perenne y exitoso.

A continuación, los principios que considera el constructivismo para poner en práctica al momento de enseñar:

- La identificación del contexto será relevante al momento de recibir información, pues esta servirá como referente para poner en práctica lo aprendido.

- El docente le brindará al estudiante lo necesario para que este pueda hacer uso de sus conocimientos y pueda resolver problemas según su propia ruta de aprendizaje, ello demostrará qué tan bien el educando maneja la información recibida.

- El profesor deberá presentar el tema que trabajará con los alumnos desde diversos enfoques, para que el estudiante pueda volver a estructurar la información según lo requiera, por ejemplo, un determinado problema matemático.

- Es importante que el educador evalúa las capacidades de sus alumnos para repotenciarlas y así contribuir con la resolución de los distintos problemas que puedan presentarse ante el educando, mostrándole que existen diversas vías para resolver un conflicto.

- La evaluación de los alumnos deberá estar enfoca a la puesta en práctica de los conocimientos adquiridos[51].

50 Figueroa Cepeda, Muñoz Correa, Lozano y Zavala Urquizo. "Análisis crítico del conductismo y constructivismo, como teorías de aprendizaje en la educación", cit.

51 Peggy A. Ertmer y Timothy J. Newby cits. en Figueroa Cepeda, Muñoz Correa, Lozano y Zavala Urquizo. "Análisis crítico del conductismo y constructivismo, como teorías de aprendizaje en la educación", cit.

De lo expuesto, se puede evidenciar cómo el constructivista sigue un camino menos cerrado para desarrollar el conocimiento generando, por ello, una marcada distinción la cual se podrá apreciar con mayor detalle en el siguiente apartado.

IV. Comparación entre los modelos conductista y constructivista

Una idea base que ejemplifica de manera clara la distinción entre los modelos conductista y constructivista es la que expone Herrera[52] en su ensayo, en el que señala que seguir las indicaciones, realizar un examen, ofrecer un premio y considerar que se aprende así es una forma de enseñanza guiada por el conductismo, es decir son los pasos a seguir de un docente conductista, mientras que, por otro lado, un educador constructivista le brinda al estudiante herramientas necesarias para elaborar su propia ruta de respuesta.

De lo expuesto se desprende el aprendizaje mecánico que el conductismo espera en el sector educativo relacionado al estímulo-respuesta. Aunque esto pueda recibir severas críticas, lo cierto es que el ser humano en muchos aspectos de su vida realiza este tipo de aprendizaje "somos personas de conductas, de seguir haciendo las cosas que salen bien, mas no las que tienen un resultado negativo"[53].

Por otra parte, el constructivismo va sentando sus bases con Jean Piaget[54] y Lev Vygotsky[55] y explicando cómo es que el conocimiento se construye a partir de la relación entre el individuo y su medio. Al respecto Vygotsky, considerado representante del constructivismo social, resalta la importancia de la cultura en el desarrollo de la inteligencia, es así que en el aprendizaje las experiencias previas del medio que rodean al individuo sirven como un anclaje para el nuevo conocimiento. Es decir, las experiencias previas se enlazan con el nuevo conocimiento por el significado que las primeras generan en el individuo.

52 María Camila Herrera Brunal. "Educación conductista y constructivista: ¿juntas o separadas?", *Escritos en la Facultad*, año 14, n.° 147, 2018, pp. 102 a 104, disponible en [https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/739_libro.pdf#page=102].

53 Ibíd., p. 103.

54 Neuchâtel, Suiza, 9 de agosto de 1896 - Ginebra, 16 de septiembre de 1980.

55 Orsha, Bielorrusia, 17 de noviembre de 1896 - Moscú, 11 de junio de 1934.

Al respecto Duffy y Jonassen[56] con una visión más actual del ámbito educativo, sostienen que el constructivismo permite al estudiante construir sus propios conceptos de situaciones que ha vivenciado. Es así que de lo propuesto por esta teoría se puede resaltar que: 1) La adquisición del conocimiento es una forma muy básica de aprendizaje, este debe entenderse como un proceso activo que se encuentra en constante construcción. 2) Tal como afirman Duffy y Cunninghan[57], la instrucción termina siendo un proceso de apoyo en el construccionismo. Hecho que en el conductismo es, por el contrario, parte fundamental para determinar el accionar de los estudiantes.

Ahora bien, tras la crítica al conductismo y con la llegada de la nueva teoría construccionista, los cambios no se hicieron esperar. Después de un enfoque que aún seguía apostando por la investigación basada en estímulos y respuestas, comenzó a surgir una teoría más flexible de la que Skinner y Watson[58] proponían. Comenzó a ser utilizada en los campos de la salud; sin embargo, en el ámbito educativo, hasta la actualidad, sigue siendo un punto de discusión para muchos teóricos, incluso hay quienes la consideran una teoría trasnochada. Por tanto, el modelo constructivista comenzó a ganar más espacio sobre todo en la enseñanza, pues la intención de esta teoría es, entre tantos objetivos, dar voz a los estudiantes, que puedan expresar sus ideas, emociones y vivencias. Ello le permite al docente estar en constante innovación en relación a la metodología que usa con los alumnos y así poder hacer uso de la información personal del estudiante para engancharlo con la nueva información que recibirá[59]. Esta es una práctica que también aplica el docente constructivista en relación a la enseñanza numérica, es decir, la matemática.

56 Thomas M. Duffy y David H. Jonassen cits. en Noelia Olmedo Torre y Oscar Farrerons Vidal. *Modelos constructivistas del aprendizaje en programas de formación*, Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, 2017.

57 Thomas M. Duffy y Donald J. Cunningham cits. en ibíd.

58 Burrhus F. Skinner y John B. Watson cits. en Olmedo Torre y Farrerons Vidal. *Modelos constructivistas del aprendizaje en programas de formación*, cit.

59 Rocío Fernández. "¿Por qué el constructivismo es el método de enseñanza/aprendizaje de la nueva generación?", *Escritos en la Facultad*, año 14, n.° 147, 2018, pp. 42 y 43, disponible en [https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/739_libro.pdf#page=42].

CAPÍTULO TERCERO

El enfoque pedagógico constructivista

Según lo revisado en el capítulo anterior, el modelo conductista tiende a enfatizar un carácter más bien pasivo con respecto a la transmisión del conocimiento, es por eso que los alumnos tienden a generar expectativas que limitan su capacidad para la toma de iniciativa y generan sentimientos de ansiedad cuando, en vista de que pueden idear otras soluciones frente a un problema, consideran que no están aprendiendo cuando se les exige el dominio de un tipo de resolución en particular.

De este modo, el modelo conductista resulta en gran parte contraproducente frente a las habilidades inherentes de los alumnos, tanto sobre su capacidad de encontrar nuevas soluciones como con respecto a sus habilidades de búsqueda de información. Por este motivo es que en las últimas décadas se le otorgó una mayor importancia al modelo constructivista de Piaget, el cual busca enfatizar la capacidad de los niños por generar teorías particulares respecto del mundo, aplicadas al aprendizaje de las matemáticas. En este capítulo, entonces, lo que se busca es delimitar algunas de las características de este modelo pedagógico al tiempo que se enfatiza el desarrollo de habilidades como el fomento del aprendizaje autónomo en los estudiantes, la importancia

de la resolución de problemas o el conocimiento matemático en la búsqueda de nuevos saberes.

Con todo ello, se intenta resaltar que la resolución de problemas es una actividad inherente a los niños que debe ser enfatizada para que los conocimientos matemáticos puedan formar parte del sistema de creencias que continuamente están elaborando. De este modo, al incorporar los saberes matemáticos en tanto habilidades que forman parte de su personalidad, se busca incentivar en los niños una actitud activa frente al mundo por medio de la conformación de nuevas perspectivas que den cuenta de su iniciativa particular, de la confianza que poseen por entender el mundo y, particularmente, de su propia capacidad para asimilar las ideas y estímulos externos en la conformación de sus propias teorías sobre la vida. Esto se puede lograr por medio de su exposición, tanto a cierto tipo de problemas matemáticos que puedan incentivar la creación de teorías particulares en ellos, como también mediante el incentivo a crear sus propios problemas matemáticos.

I. NOCIONES SOBRE EL CONSTRUCTIVISMO

Dado que la teoría conductista de transmisión del conocimiento no podía adecuarse a las necesidades de los estudiantes, en tanto estos poseen diferentes formas de aprender, las teorías cognitivas posteriores buscaron enfatizar la propia naturaleza y agencia de los sujetos para que, en vista de que estos observan y asimilan el mundo en forma particular, puedan construir su propio conocimiento. En esto consiste, en gran parte, la teoría constructivista del aprendizaje. De acuerdo con Dunphy *et al.*, muchas de las teorías actuales sobre el aprendizaje reconocen la influencia del constructivismo de Jean Piaget, la cual "enfatizaba la construcción activa del conocimiento por los estudiantes mediante un proceso de asimilación y acomodación, en interacción con el entorno"[60].

En vista de ello, y a partir de las fallas observadas en la aplicación de la teoría conductista, se le dio un mayor énfasis a la teoría constructivista a partir de las décadas de 1970 y 1980. De esto modo, el constructivismo empezó a delimitarse y a emplearse en la dinámica

60 Dunphy, Dooley y Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, cit., p. 47.

de clase en tanto que se puede aplicar no solo a diferentes sujetos, sino también en consideración de las diferencias sociales, culturales y psicológicas. De este modo, de acuerdo con Fosnot, se tiene que el constructivismo es:

> Una teoría sobre el conocimiento y el aprendizaje; describe tanto el "saber" y cómo uno "llega a saber". Basado en el trabajo de la psicología, la filosofía y la antropología, la teoría describe el conocimiento como construido temporalmente, en desarrollo, no objetivo, construido internamente y mediado social y culturalmente[61].

En vista de ello, se tiene que la teoría constructivista considera que el conocimiento es un proceso autorregulador de enfrentamiento con el conflicto entre los modelos personales de existencia y las nuevas perspectivas discrepantes, con lo cual se busca construir nuevas representaciones y modelos de la realidad en la forma de una suerte de aventura de construcción del sentido, la cual emplea a su vez, herramientas culturalmente desarrolladas y símbolos, al tiempo que realiza negociaciones respecto del conocimiento construido mediante actividades sociales cooperativas, el discurso y el debate[62].

Por consiguiente, se puede indicar que la teoría constructivista del conocimiento no solo busca inculcar en los estudiantes las herramientas cognitivas necesarias para que estos puedan, a su vez, construir su propio conocimiento, sino que además busca que ellos posean las habilidades necesarias para relacionar el conocimiento así construido con aquel de otros que posiblemente también hayan efectuado un proceso constructivista respecto de su propia visión de la realidad. De este modo, la teoría también se preocupa por el modo en el cual el sujeto debe lidiar tanto con su propia construcción mental del mundo como con aquella construida por otros, de forma tal que busca incentivar un proceso cíclico en el cual el sujeto construye su conocimiento, percibe el de otros y, en base a esa información, construye conocimiento, sucesivamente. Este proceso, sin embargo, se realiza en forma automática y en cada una de las interacciones que la persona realiza

61 Catherine Twomey Fosnot (ed.). "Constructivism: a psychological theory of learning", en *Constructivism: theory, perspectives, and practice*, Nueva York, Teachers College Press, 1996, p. 9.

62 Ibíd.

con el entorno que la rodea, de forma tal que la teoría constructivista se limita, en gran parte, a facilitarlo.

Sin embargo, la noción del conocimiento como una actividad que se construye de manera continua no forma parte de un desarrollo conceptual reciente, dado que, de acuerdo con Dunphy *et al.*[63], se puede rastrear hasta las ideas de Giambattista Vico[64] en el siglo xviii hasta la propia filosofía de Immanuel Kant. Sin embargo, el empleo de la teoría dentro de una concepción de la enseñanza institucionalizada en base a niveles de desarrollo y aprendizaje sí constituye una característica propia de la modernidad y de las nociones actuales respecto de la enseñanza. De este modo, de acuerdo con Haylock y Thangata[65], a pesar de que el constructivismo se trate de una teoría que se encarga de la construcción individual del sentido del mundo, no constituye un sinónimo al descubrimiento del aprendizaje, pues este rol aún le corresponde al docente.

Por ello, el rol del docente se puede enfatizar al considerar que el constructivismo se trata de una teoría del aprendizaje más que simplemente de una experiencia de "aprender haciendo". Esto se puede comprobar con el hecho de que los niños pueden manipular materiales dedicados al aprendizaje matemático de acuerdo con el modelo planteado y, aun así, podrían no estar aprendiendo, o podrían al mismo tiempo no ser capaces de transferir ese conocimiento en forma más elaborada o en otros contextos. Así mismo, el papel del docente se puede enfatizar en el hecho de que, a la par con estos lineamientos, se necesita también reflexionar con respecto a la actividad que se está enseñando. Esta reflexión se puede realizar en forma individual, pero, de acuerdo con Haylock y Thangata[66], la reflexión será promovida en forma más productiva por parte del docente hacia sus estudiantes.

Por ello, al considerar que la construcción del conocimiento se ve enriquecida tanto de la aplicación de modelo que guían el proceso de recepción del conocimiento, como de la reflexión que se pueda efectuar por parte del docente y los alumnos, se observan algunos puntos implícitos:

63 Dunphy, Dooley y Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, cit.

64 Nápoles, Italia, 23 de junio de 1668 - íd., 23 de enero de 1744.

65 Derek Haylock y Fiona Thangata. *Key concepts in teaching primary mathematics*, Los Ángeles, sage Publications, 2007.

66 Ídem.

- El conocimiento no es una actividad pasiva, sino que se realiza en forma activa por parte del proceso cognitivo del sujeto.

- La función de la cognición es adaptativa y busca facilitar la organización y experiencia del mundo, más no el descubrimiento de una realidad ontológica.

Junto con estos puntos implícitos, también se pueden reconocer teorías derivadas del constructivismo de Piaget, como aquellas formuladas por Ernest[67] y Merttens[68], las cuales se preocupan por las influencias sociales del aprendizaje y el papel que juegan en este proceso la discusión y la negociación (en términos cognitivos). De ahí que estas teorías hayan llevado a la conformación de la variedad social del construccionismo, entendida como el construccionismo social y representada, en gran parte, por las teorías de Vygotsky sobre el aprendizaje en entornos sociales. Por eso, con respecto a la importancia del entorno, Vygotsky afirma que "cada función del desarrollo cultural del infante aparece dos veces: primero, a nivel social, y luego, a nivel individual; primero, entre las personas (interpsicológicamente) y luego dentro del niño (intrapsicológicamente)"[69].

Un segundo aspecto de la teoría de Vygotsky es la idea de que el potencial para el desarrollo cognitivo depende de la "zona de desarrollo próximo". De acuerdo con esta noción, el vínculo con la guía de los adultos y la colaboración de los pares pueden extender el conocimiento de los niños, el desarrollo de sus habilidades y la comprensión de aquello que escapa a sus propias capacidades de obtención.

Por todo ello, las implicancias de la aplicación del modelo constructivista del aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas pueden ser muchas y diversas. De acuerdo con Haylock y Thangata[70], se pueden identificar cinco formas de actividad mental que promueven la comprensión de las matemáticas aplicando el modelo conductista del aprendizaje, de forma tal que se refuerza el papel del docente al

67 Paul Ernest (ed.). *The philosophy of mathematics education*, Londres, Falmer Press, 1991.

68 Ruth Merttens. *Teaching numeracy: maths in the primary classroom*, Warwickshire, Leamington Spa, Scholastic, 1996.

69 Lev Vygotsky. *Mind in society*, Cambridge, Harvard University Press, 1978, p. x.

70 Haylock y Thangata. *Key concepts in teaching primary mathematics*, cit.

asegurar que los estudiantes se involucren con estas actividades. Según esto, la aplicación del conductismo en la enseñanza de las matemáticas debe fomentar:

1. La construcción de relaciones
2. La extensión y aplicación del conocimiento matemático
3. La reflexión respecto a la experiencia
4. La articulación del conocimiento adquirido
5. La incorporación del conocimiento matemático como propio

De este modo, lo que se busca con la aplicación del construccionismo en las matemáticas es que los y las estudiantes puedan involucrarse en forma activa tanto con la obtención como con la transmisión del conocimiento. Sin embargo, la adopción de este proceso en el salón de clases implica el abandono de prácticas tradicionales o de aquellas que se pueden presentar dentro de las dinámicas de la clase y que no contribuyen en la incorporación activa de las matemáticas como parte del sistema de creencias particular de los alumnos. Así, lo que se busca en la sección siguiente es identificar aquellas situaciones que impiden la incorporación de las matemáticas a fin de proponer estrategias para su superación por medio de la aplicación del enfoque construccionista.

II. Nociones a considerar para el fomento del aprendizaje matemático

De acuerdo con Quintero y Rosario[71], la docencia de las matemáticas puede ser una de las actividades más demandantes para los profesores y para los alumnos, en vista de que el modo en el cual se imparte puede presuponer nociones que dificultan actividades intrínsecas en los niños, como el pensamiento propio, el aprendizaje en base a la experiencia, entre otras. En vista de ello, se pueden señalar dos grandes categorías en

71 Ana Helvia Quintero y Héctor Rosario. *Math makes sense! A constructivist approach to the teaching and learning of mathematics*, Londres, Imperial College Press, 2016.

las que se permiten clasificar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En primer lugar, se pueden producir dificultades parecidas a aquellas que se presentan en otras materias, como el hecho de asimilar el conocimiento, pero sin entenderlo. En segundo lugar, se pueden efectuar dificultades del modo en el cual el conocimiento matemático se ha organizado. En conjunto, ambos tipos de dificultades surgen, en gran medida, al no considerar tanto las habilidades como la experiencia de los niños con el mundo externo, con lo cual lo que se busca para poder superarlas es lograr un mayor entendimiento de los aspectos subjetivos de los niños que se puedan enfatizar para que estos construyan su propio conocimiento respecto de las matemáticas.

De este modo, Quinteo y Rosario[72] identificaron seis dificultades que se pueden superar tomando en consideración estos aspectos: i) la enseñanza sin entendimiento, ii) la enseñanza en tanto transmisión de la información, iii) la enseñanza sin reflexión, iv) la instrucción homogénea, v) la enseñanza en tanto proceso individualista, y vi) la noción de que las matemáticas son una disciplina fría y distante. Estos seis aspectos vinculados con la docencia de las matemáticas, en gran medida, incorporan nociones de la docencia tradicionales pero que se pueden superar en base a un acercamiento más cálido, activo y significativo de la materia que se está impartiendo.

Con respecto a la enseñanza sin entendimiento, se tiene que este problema no solo se refiere al hecho de que algunos docentes no dominan a plenitud las materias a su cargo, sino básicamente al hecho de que se pueden presentar situaciones en el salón de clase en las cuales los alumnos pueden entender lo que se está enseñando, pero no necesariamente lo incorporan como parte de su sistema de creencias. Es decir, pueden comprender el contenido de la clase, pero no el modo en el cual este conocimiento puede ser significativo o puede tener relevancia en sus vidas.

Este aspecto de la docencia resulta fundamental, pues cuando el conocimiento es relevante, podemos aplicarlo a nuevas situaciones y hacer conexiones entre diversos campos del conocimiento, de forma tal que fortalecemos nuestra competencia para el uso del conocimiento[73]. Esto se explica por el hecho de que la incorporación del

72 Ídem.

73 John D. Bransford, Ann L. Brown y Rodney R. Cocking (eds.). *How people learn: brain, mind, experience, and school*, Washington, D.C., National Academy Press, 2000.

conocimiento constituye una actividad esencial a las personas y que es efectuada también por los niños desde que son infantes. De acuerdo con Quintero y Rosario[74], los niños muestran interés en las matemáticas desde una corta edad, desarrollan ideas sobre los números, las cantidades, las formas y los patrones incluso antes de que ingresen al colegio.

Sin embargo, las ideas que los niños se puedan hacer sobre estos temas no suelen ser incorporadas en la enseñanza de las matemáticas, de forma tal que se produce una división entre las ideas que tengan los niños y el conocimiento que reciben por parte de los docentes sin que se incentive una conexión entre ambos tipos de conocimiento. Por este motivo, resulta importante el que:

> Se vinculen las matemáticas informales que los estudiantes aprenden en sus interacciones diarias y las matemáticas enseñadas en las escuelas. De hecho, las matemáticas que los estudiantes aprenden en estas interacciones se aprenden con sentido y se puede emplear en diversos contextos [en tanto que] las matemáticas que aprenden en el colegio es en gran parte un conjunto de reglas sin sentido que se emplean raramente fuera de la escuela[75].

Por otro lado, otra de las dificultades que puede surgir en la enseñanza de las matemáticas se relaciona con una concepción de la docencia que considera esta actividad como una mera transmisión de información, sin tomar en cuenta el hecho de que los niños, y las personas en general, constantemente construyen teorías propias respecto de los fenómenos que observan y con los cuales interactúan a diario.

Por este motivo, si la docencia se limita a una mera transmisión de la información, solo se incrementa la división entre el conocimiento impartido en la escuela y aquel que se produce continuamente por las personas. Esto se comprueba en base a las teorías del conocimiento impartidas por Karmiloff-Smith e Inhelder[76], cuando empezaron a surgir las teorías constructivistas aplicadas a la docencia escolar. De

74 Quintero y Rosario. *Math makes sense! A constructivist approach to the teaching and learning of mathematics*, cit.

75 Ibíd., p. 3.

76 K. Annette Armiloff-Smith y Bärbel Inhelder. “If you want to get ahead, get a theory”, *Cognition*, vol. 3, n.° 3, 1975, pp. 199 a 212.

acuerdo con esto, se tiene que los niños no repiten pasivamente las explicaciones presentadas por los adultos con respecto a un evento en particular, sino que construyen sus propias explicaciones a partir de las conexiones que realizan entre la experiencia y sus propias teorías.

Esto puede ejemplificarse con el hecho de que "hasta cerca de los nueve años, el modelo que los niños usan para explicar el comportamiento de los seres vivos y de los objetos inanimados es el modelo del comportamiento humano en la sociedad"[77]. Así, los niños podrían explicar, por ejemplo, una puesta de Sol no en base al movimiento rotatorio de la Tierra y de los cuerpos celestes, sino como que el Sol "se fue a dormir" porque esta actividad se incluye dentro del comportamiento humano. Sin embargo, estas explicaciones surgen de la aplicación del conocimiento experiencial de los niños en los fenómenos externos que perciben. De este modo, se debe rescatar este tipo de información en la docencia de las matemáticas para acortar la división entre ambos tipos de saber.

La transmisión del conocimiento sin considerar la información previa producida por los alumnos se puede relacionar, a su vez, con un tipo de enseñanza en la cual no se reflexiona en torno del conocimiento que se imparte. La falta de reflexión con respecto a la materia o tema impartido puede afectar la capacidad de los estudiantes por incorporar y comprender dicho conocimiento, y a la larga se pueden producir dificultades en el aprendizaje. Por este motivo, y en particular en la enseñanza de las matemáticas, la reflexión en torno a los conceptos que se emplean en las lecciones resulta fundamental, pues se trata de nociones abstractas que si bien se pueden relacionar con la experiencia de los alumnos, resultan difíciles tanto de comprender como de explicar.

De acuerdo con Quintero y Rosario[78], en el ejercicio y explicación de los temas matemáticos, los conceptos pueden surgir de la reflexión que se hace de ellos mediante la actividad del ejercicio de las matemáticas. De este modo, al reflexionar en torno de diferentes situaciones, se pueden descubrir similitudes y elementos en común que se constituyen como paradigmas abstractos y se desarrollan en patrones de acción mental. De este modo, una vez que los estudiantes han considerado diferentes situaciones en las cuales los conceptos ma-

77 Quintero y Rosario. *Math makes sense! A constructivist approach to the teaching and learning of mathematics*, cit., p. 4.

78 Ibíd.

temáticos se encuentran presentes, ellos pueden abstraer la estructura matemática de dichos patrones por medio del uso de la reflexión. Así, una vez que han sido expuestos a distintos problemas con estructuras similares, estas pueden ser discutidas, analizadas y debatidas para identificar elementos en común. Sin embargo, la reflexión en torno a estos patrones y estructuras resulta fundamental, no solo para garantizar la adecuada transmisión del conocimiento, sino también para guiar el proceso de asimilación de los estudiantes en la incorporación de estos saberes.

A la par que la docencia de las matemáticas debe considerar la reflexión en torno a los saberes impartidos, también debe considerar que el entorno en el cual se produce esta actividad constituye un ambiente diverso, donde no se pueden aplicar estrategias homogéneas de enseñanza. Esta noción ya había sido recogida por Gardner[79], sin embargo, como se pudo apreciar en el caso del desarrollo curricular explicado por Ayala[80], aún es posible identificar entornos de docencia en los cuales se busca homogenizar la enseñanza de las matemáticas. Por este motivo, se enfatiza la necesidad por dejar que los estudiantes, en principio, empleen sus propios métodos de resolución de problemas a partir de una situación dada para identificar las estrategias que usaron y modificar la impartición de la clase en base a las necesidades que presentan los alumnos por medio de las estrategias que usaron. Con ello, lo que se busca no es corregir la falta de comprensión de un método por encima del otro, sino de guiar al estudiante hacia la adquisición de estrategias que pueden resultar más eficientes que otras, en tanto que "el conocer cómo los estudiantes interpretan y resuelven diferentes problemas nos da una idea de la diversidad de niveles de análisis que coexisten en el salón de clases"[81].

A su vez, la evidente diversidad cognoscitiva del salón de clases ha llevado a la formulación de un tipo de instrucción diferenciadora[82] que dé cuenta de las estrategias a utilizar en entornos diversos. De este modo, se ha identificado que resulta muy útil el preparar actividades

79 Howard Gardner. *Frames of mind: the theory of multiple intelligence*, Nueva York, Basics Books, 1983.

80 Ayala Flores. "Currículo y educación matemática", cit.

81 Quintero y Rosario. *Math makes sense! A constructivist approach to the teaching and learning of mathematics*, cit., p. 11.

82 Marian Small. *Great ways to differentiate mathematics instruction*, Nueva York, Teachers College Press, 2012.

que se prestan para la utilización de diferentes estilos de aprendizaje, los cuales motivarán, a su vez, diferentes respuestas por parte de los alumnos y determinarán su éxito o modificación. Por otro lado, Elbers[83] también propuso el empleo de estudiantes más avanzados como tutores, mientras que esto permite que los docentes puedan disminuir su carga laboral, tanto los estudiantes tutores como tutorados puedan reforzar sus conocimientos.

El uso de estudiantes como tutores en la facilitación de la carga laboral de los docentes y en el fortalecimiento de vínculos interpersonales y del conocimiento adquirido por parte de los alumnos, dan cuenta de que el entorno del ambiente de clase es un escenario social en vista de que la construcción del conocimiento se realiza por medio del intercambio con otros miembros de la comunidad en la que uno se inserta. Esta noción respecto del aprendizaje en tanto actividad social ya había sido señalada por Bruner[84], al indicar que el aprendizaje no constituye una tarea solitaria, sino que se efectúa en medio de la sociedad y es dirigida y enfatizada por el contexto sociocultural que enmarca a los sujetos que aprenden. Por último, una de las nociones que se deben tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con la propia percepción que las personas se han formado con respecto a dicha materia, en tanto que esta es calificada como un curso frio y distante, el cual no se relaciona con los intereses de los estudiantes e incluso con el de algunos docentes. El interés por las matemáticas puede enfatizarse cuando las personas a cargo de impartirlo han logrado incorporar estos conocimientos en su sistema de creencias, y por ello, pueden transmitir en forma indirecta dicho interés hacia sus alumnos.

III. La enseñanza de la resolución de problemas

Como parte de las actividades que se realizan en la docencia de las matemáticas, un aspecto que no pude dejar de considerarse tiene que ver con la resolución de problemas, lo cual refuerza la noción de que el

83 Ed Elbers. "Classroom interaction as reflection: learning and teaching mathematics in a community of inquiry", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 54, n.° 1, 2003, pp. 77 a 99.

84 Jerome Bruner. *The culture of education*, Cambridge, Harvard University Press, 1996.

aprendizaje de las matemáticas tiene una finalidad práctica que, dentro del entorno de clases, busca incentivar en los niños las habilidades tanto de comprensión como de exploración de ideas, la búsqueda de líneas de investigación, la identificación de patrones, entre otros. La resolución de problemas, entonces, les permite a los alumnos el desarrollo de diferentes habilidades cognitivas que se espera puedan ser comunicadas apropiadamente a otros e incorporadas en el sistema de creencias de los estudiantes.

Sin embargo, ¿qué es, de por sí, un problema? De acuerdo con Fox y Surtees, un problema matemático se define como "una tarea que requiere del estudiante el razonamiento por medio de una situación que será demandante pero no imposible. Con el problema, existe un obstáculo que el estudiante no puede ver inmediatamente cómo resolver"[85]. Con los problemas, entonces se asume que los niños deben ser desafiados para realizar decisiones con respecto a las estrategias que emplearán para resolverlos. De este modo, la noción de resolución de problemas busca desafiar elementos normalmente asociados con una perspectiva lineal tanto de la enseñanza como del aprendizaje. Por ello, lo que se busca con esta nueva perspectiva es el incentivar a los niños a resolver problemas por sus propios medios.

Además de esto, Fox y Surtees[86] enfatizan la necesidad por incentivar un ambiente adecuado para que los niños puedan pensar en forma creativa y crítica dentro de las convenciones sociales aceptadas por la comunidad en la cual se desarrollan. Por tanto, lo que se busca es que los estudiantes se encuentren cómodos y dispuestos para enfrentarse a los desafíos que supone la resolución de problemas matemáticos, en especial considerando la estructura básica de los mismos.

De acuerdo con Mason *et al.*[87] y Burton[88], los problemas matemáticos suelen presentar una estructura cíclica en la que se pueden encontrar tres fases: la entrada, el ataque y la revisión. Según Fox y

85 Sue Fox y Liz Surtees. *Mathematics across the curriculum: problem-solving, reasoning and numeracy in primary schools*, Londres, Continuum International Pub. Group, 2010, p. 47.

86 Ibíd.

87 John Mason, Leone Burton y Kaye Stacey. *Thinking mathematically*, Wokingham, Addison Wesley, 1982.

88 Leone Burton. *Thinking things through problem solving in mathematics*, Oxford, Basil Blackwell, 1984.

Surtees[89], la primera de las fases, la entrada, constituye la más importante de las tres, dado que es sustancial que el problema matemático se presente en forma apropiada y accesible para los alumnos, a fin de que estos se sientan motivados para resolverlo. Dentro de la fase del ataque, de presentarse como un desafío accesible para el alumno, este podrá idear la estrategia más adecuada para resolverlo. Finalmente, en la etapa de la revisión, el estudiante evalúa el éxito de su trabajo, pero de acuerdo con el desarrollo en el cual se haya involucrado en las etapas de la resolución, podrá verse motivado a seguir investigando respecto de las preguntas que se pudo haber formulado como parte del proceso de resolución del problema.

En esta etapa, si el proceso de resolución de problemas resulta exitoso y si el estudiante se ve lo suficientemente motivado como para indagar en las dudas que el proceso le pudo haber dejado, es que se puede proponer como estrategia de aprendizaje el que los estudiantes planteen sus propias preguntas al incorporar los conocimientos aprendidos durante la clase. De este modo, de acuerdo con Fox y Surtees:

> El planteamiento de problemas puede empoderar a los estudiantes dado que ellos mismos deciden las preguntas que se deben resolver, con lo cual se remueven las asunciones de que existe solo una manera para resolver un problema y solo una respuesta correcta[90].

Con ello, incluso se puede plantear la posibilidad de que la enseñanza de las matemáticas deje de ser entendida como una actividad amenazante y que produzca ansiedad en los estudiantes pues, una vez que estos comprenden que existen muchas formas para revolver un problema y que es en verdad el proceso en lugar de la respuesta lo más importante, se incrementan los sentimientos positivos respecto de la percepción de sus propias capacidades, y con ello, se motiva la búsqueda por obtener más información y seguir aprendiendo.

89 Fox y Surtees. *Mathematics across the curriculum: problem-solving, reasoning and numeracy in primary schools*, cit.

90 Ibíd., p. 50.

IV. EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO COMO BÚSQUEDA

En vista de que la obtención de conocimiento constituye un ejercicio activo, es que las teorías modernas del aprendizaje enfatizan que los estudiantes puedan obtener el conocimiento que buscan por sus propios medios en lugar de recibirlos de forma pasiva. Por ello, BRUNER indica que "el conocimiento adquirido es más útil para el estudiante, además, cuando es 'descubierto' a través del propio esfuerzo cognitivo que realiza, pues es ahí en que se relaciona y emplea en referencia a lo que uno ha conocido previamente"[91].

Por este motivo, de acuerdo con COWAN[92], los docentes deben evadir, en la medida de lo posible, el imponer modelos de pensamiento matemático en sus alumnos. En lugar de ello, lo ideal es que las representaciones matemáticas sean construidas en forma activa dentro de ellos mismos. De este modo, al incentivar la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas y al exponerlos a situaciones en las que se requiere el uso del razonamiento y la comunicación, también es posible que puedan desarrollar habilidades como el aprendizaje y el pensamiento autorregulados. Por ende es que, de acuerdo con BRUNER[93], lo que se busca es que se consideren las propias habilidades de los estudiantes para pensar y reflexionar por su cuenta, en tanto que estas habilidades ya han sido ejercidas por ellos, con lo cual solo se deben ir perfilando para que los estudiantes no solo sean capaces de construir su propio conocimiento, sino que al mismo tiempo puedan incorporar nociones más abstractas, como aquellas implicadas en el aprendizaje de las matemáticas.

Así, frente a una concepción pasiva del conocimiento, lo que se busca es que, de acuerdo con BRUNER, los estudiantes puedan ser percibidos como "pensadores":

> Los niños, como los adultos, deben verse como construyendo un modelo del mundo para que se les pueda ayudar a conformar su propia experiencia. La pedagogía consiste en ayudar al niño a entender mejor, más poderosamente y

91 BRUNER. *The culture of education*, cit., p. XII.

92 PAMELA COWAN. *Teaching mathematics: a handbook for primary and secondary school teachers*, Londres, Routledge, 2006.

93 BRUNER. *The culture of education*, cit.

> menos parcializadamente. El entendimiento es auspiciado mediante la discusión y la colaboración, con el niño siento motivado para expresar su propia perspectiva para que se pueda vincular con otras mentes que podrían tener otras perspectivas[94].

Un ejemplo práctico de la importancia por incentivar el pensamiento y la búsqueda del conocimiento por parte de los estudiantes lo puede constituir el tipo de problemas y el contexto en el cual estos se les proporcionan a los alumnos. De acuerdo con Fox y Surtees[95], para que los niños puedan desarrollar su propio pensamiento matemático, es necesario que se puedan involucrar con los problemas que se les dan. De este modo, los problemas que se encuentran en los libros de texto o que son proporcionados por el docente pueden resultar en que el niño sienta que dichos problemas son "proporcionados por la autoridad", como una tarea cerrada en la cual el niño tiene poco o nulo control sobre dicha situación. Frente a esto, los problemas matemáticos se pueden adaptar por parte del docente o bien ser elegidos con cuidado de acuerdo con las propias necesidades de sus alumnos. Además, se debe tener en cuenta que existen algunos criterios necesarios para motivar el pensamiento independiente de los alumnos.

De acuerdo con Sakshaug *et al.*[96], los problemas matemáticos deben desafiar a los alumnos, mantener sus intereses y vincularse con el rango de conceptos manejados por los estudiantes. Por todo ello, resulta evidente que el grado de interés que los alumnos puedan mostrar respecto de la resolución de problemas dependerá, en gran medida, del tipo de evaluación que se les puede presentar. De acuerdo con Fox y Surtees[97], si a los alumnos se les presenta una hoja con preguntas para marcar, se presentarán situaciones en las cuales algunos de ellos podrán resolverlas mientras que otros no, con lo que se genera un tipo de expectativa frente a esta clase de evaluaciones.

94 Ibíd., p. 56.

95 Fox y Surtees. *Mathematics across the curriculum: problem-solving, reasoning and numeracy in primary schools*, cit.

96 Lynae Sakshaug, Melfried Olson y Judith Kay Olson. *Children are mathematical problem solvers*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2002.

97 Fox y Surtees. *Mathematics across the curriculum: problem-solving, reasoning and numeracy in primary schools*, cit.

Por otro lado, si es que la evaluación se convierte en un tipo de rompecabezas que al mismo tiempo involucre la evaluación de habilidades contempladas en la hoja de preguntas, el tipo de expectativa por parte de los alumnos cambia, pues se enfrentan a un escenario distinto del que se les había acostumbrado. Con la resolución de rompecabezas o problemas similares, lo que se busca es que se incentiven las habilidades de resolución y análisis, al tiempo que plantean la posibilidad de contemplar escenarios en los cuales las condiciones pudieron ser distintas. Sin embargo, de acuerdo con Cowan[98], para que la aplicación de nuevos modelos de evaluación en el incentivo de las habilidades de pesquisa de los alumnos pueda ser exitosas, no se debe dejar de lado el hecho de que los estudiantes, de por sí, ya poseen un enorme caudal de información, conocimiento e intuición cuando comienzan su educación escolar. Por este motivo, Lester y Kroll[99] insisten en que el historial sociocultural de las matemáticas constituye un factor que no puede ser ignorado en el desarrollo matemático de los alumnos, pues este entorno es que será manipulado en base a la experiencia previa de los alumnos para que de este modo ellos puedan construir sus propios modelos de pensamiento matemático.

Esta es una de las metas principales de la educación matemática bajo el modelo constructivista del aprendizaje, el que los estudiantes puedan construir su propia visión del mundo en base a las herramientas del conocimiento matemático. Para ello es necesario considerar, a su vez, que los docentes deben ser capaces de motivar este tipo de habilidades en sus alumnos, considerando que su papel en el perfilamiento de las estrategias intrínsecas de ellos por generar nuevo conocimiento, resulta en extremo fundamental para garantizar el éxito en el aprendizaje.

De este modo, lo que se busca en la siguiente sección es el evaluar la relevancia del papel de los docentes en el aprendizaje de las matemáticas, a fin de comprobar que existe una estrecha relación entre el nivel de logro alcanzado por los estudiantes y las estrategias de enseñanza que estos aplicaron.

98 Cowan. *Teaching mathematics: a handbook for primary and secondary school teachers*, cit.

99 F. K. Lester y D. L. Kroll. "Assessing student growth in mathematical problem-solving", en Gerald Kulm (ed.) *Assessing higher order thinking in mathematics*, Washington, D.C., American Association for the Advancement of Science, 1990.

CAPÍTULO CUARTO

La influencia de los procedimientos en el aprendizaje de las matemáticas

El proceso educativo requiere de constante análisis debido a que se obtendrán, elaborarán y construirán un sinnúmero de habilidades, destrezas y conocimientos útiles al individuo para participar en la sociedad de la que forma parte; ya que en su constante vivir cotidiano hará uso del conocimiento que adquirió en la escuela. En ese sentido, a través de esta investigación se podrá conocer cómo es el procedimiento de enseñanza-aprendizaje de la matemática, para desarrollar las habilidades intelectuales que permitan al educando aprender de forma constante y con independencias las cuestiones prácticas de su vida cotidiana. Así mismo, se podrá conocer cuál es el nivel de logro de los aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria para luego poder determinar si existe la relación entre el procedimiento de enseñanza de los docentes y el nivel de logro de los estudiantes.

De esta manera, se puede inferir que es muy necesario abordar la problemática que atañe al proceso de enseñanza-aprendizaje, sobre todo en el área de matemáticas, observando sobre todo el proceso de enseñanza que aplican los docentes desde el primer grado y estableciendo si este procedimiento tiene relación con el nivel de logro de los aprendizajes de los estudiantes.

I. DIAGNÓSTICO APLICADO A LA INVESTIGACIÓN

A. Objetivo general

Determinar si existe relación entre el procedimiento de la enseñanza de la matemática y el nivel de logro de aprendizaje de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

B. Objetivos específicos

- Describir la relación que existe entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto al currículo y sujetos de la educación y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

- Describir la relación que existe entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto al desarrollo de la sesión y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

- Describir la relación que existe entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto a la evaluación de los aprendizajes y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

- Describir la relación que existe entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto a la organización del aula y los materiales educativos y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

C. Hipótesis general

Existe relación entre el procedimiento de la enseñanza de la matemática y el nivel de logro de aprendizaje de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

D. Hipótesis específicas

- Existe relación entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto al currículo y sujetos de la educación y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

- Existe relación entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto al desarrollo de la sesión y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

- Existe relación entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto a la evaluación de los aprendizajes y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

- Existe relación entre el procedimiento de enseñanza de la matemática respecto a la organización del aula y los materiales educativos y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de educación primaria de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - Perú.

E. Tipo y diseño de estudio

La investigación fue no experimental debido a que se observa el fenómeno con sus efectos, sin la provocación intencionada del investigador, tal y como se produce en su entorno natural para después analizarla, sin la construcción de situaciones, evitándose la manipulación de las variables ya que estas suceden con sus efectos.

Esta investigación pertenece al tipo descriptivo con diseño transversal correlacional. Es transversal por el hecho de que se recolectaron los datos en un solo momento, en un tiempo único, ya que el propósito fue describir las variables, y analizar la incidencia e interrelación y correlacional porque se establece la relación de variables sin precisar sentido realizando descripción de variables.

F. Población

Estuvo constituida por los estudiantes y docentes del primer grado de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno en Perú.

TABLA 1. Población de la investigación

INSTITUCIÓN	SECCIONES						TOTAL
	A	B	C	D	E	F	
IEP N.° 70010 Gran Unidad Escolar San Carlos	29	28	29	28	29	29	172
IEP N.° 71013 Glorioso San Carlos	30	29	30	27	30	30	176
IEP N.° 70029 María Auxiliadora	30	28	27	27	26	26	164
Total de población							512

G. Muestra y muestreo

La muestra de la investigación estuvo constituida de la siguiente manera:

TABLA 2. **Muestra de la investigación**

INSTITUCIÓN	ESTUDIANTES/ SECCIONES		DOCENTES	TOTAL ESTUDIANTES
	1	2		
IEP N.° 70010 Gran Unidad Escolar San Carlos	29	29	2	58
IEP N.° 71013 Glorioso San Carlos	30	30	2	60
IEP N.° 70029 María Auxiliadora	30	28	2	58
Total			**6**	**176**

Por otro lado, la selección de la muestra corresponde al muestreo no probabilístico ya que se determinó a juicio personal del investigador. Así mismo, cabe indicar que se realizó un muestro por conveniencia ya que es de fácil acceso para el investigador.

H. Sistema de variables

- Variable 1: Procedimiento de enseñanza de la matemática de los docentes del primer grado de educación primaria.

- Variable 2: Nivel de logro de aprendizaje del área de matemática de los estudiantes del primer grado de educación primaria.

TABLA 3. Operacionalización de variables

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTO
Proceso de la enseñanza de las matemáticas	Currículo y sujetos de la educación	Explica el proceso de programación curricular del área y planificación de sesiones de aprendizaje de acuerdo a un enfoque. Conceptualiza el aprendizaje y la finalidad de los aprendizajes que adquieren los estudiantes.	Encuesta a docentes
		Desarrolla la sesión integrando las áreas del currículo. Desarrolla la sesión de manera activa apoyando el trabajo y la participación de los estudiantes.	Ficha de observación dirigida
	Desarrollo de la sesión	Considera necesario rescatar y tomar en cuenta los saberes previos que tienen los estudiantes en relación al contenido a desarrollar. Considera importante apoyar a los estudiantes que tienen dificultades en su aprendizaje. Sostiene que el desarrollo la sesión debe organizarse dependiendo del tema y además considera que los estudiantes deben intervenir en forma dinámica.	Encuesta a docentes
		Desarrolla e inicia la sesión con una actividad motivadora para luego explicar el tema a desarrollar a los estudiantes. Desarrolla la sesión de aprendizaje de manera interesante y tiene en cuenta la secuencia del tema y el grado de complejidad. Plantea problemas haciendo uso de situaciones cotidianas y de su entorno.	Ficha de observación dirigida

Proceso de la enseñanza de las matemáticas	Evaluación de los aprendizajes	Considera que la evaluación de los aprendizajes es un proceso de recojo de información para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Considera que se debe evaluar los contenidos matemáticos a través de registros continuos y de manera progresiva. Considera que los conocimientos matemáticos adquiridos serán de utilidad para la vida del estudiante, además cree que el progreso del niño debe ser tratado por los padres, maestro y alumno.	Encuesta a docentes
		Durante la sesión de aprendizaje evalúa a los estudiantes en diferentes momentos, al inicio, proceso y al final. Revisa y evalúa las tareas y ejercicios constantemente. Promueve la coevaluación entre los estudiantes, como estrategia para revisar tareas y ejercicios propuestos. Utiliza diversos instrumentos de evaluación durante la sesión de aprendizaje.	Ficha de observación dirigida

Proceso de la enseñanza de las matemáticas	Organización del aula y material educativo	Considera que la ubicación y desplazamiento del profesor durante la sesión de aprendizaje es importante. Considera que la organización del mobiliario debe estar acorde a la actividad a realizar. Considera que la utilización de material concreto y pertinente es importante en la sesión de aprendizaje.	Encuesta a docentes
		Durante la sesión el mobiliario se organiza de acuerdo a la actividad desarrollada. Durante la sesión se utiliza material concreto y pertinente al tema desarrollado. Se utiliza el libro de texto de forma pertinente durante el desarrollo de la sesión.	Ficha de observación dirigida

Nivel de logro del aprendizaje del área de matemática	Número, relaciones y operaciones	Clasifica una colección de objetos utilizando los cuantificadores todos, algunos, ninguno. Clasifica una colección de objetos de acuerdo a un criterio perceptual. Utiliza los términos "más que" "menos que" e "igual que" para expresar la comparación de números hasta el 20. Usa los números ordinales para expresar la posición de objetos y personas, considerando un referente hasta el décimo lugar. Ordena correctamente números naturales hasta el 20. Representa correctamente números naturales hasta el 20 en el tablero de valor posicional. Resuelve correctamente adiciones con números de hasta dos cifras, sin canjes. Resuelve correctamente sustracciones con números de hasta dos cifras sin canjes. Resuelve correctamente problemas de adición y sustracción que impliquen juntar, agregar, quitar, separar. Resuelve correctamente operaciones combinadas de adición y sustracción. Resuelve problemas que impliquen canjes con monedas de 1, 2 y 5 nuevos soles.	Prueba escrita

Nivel de logro del aprendizaje del área de matemática	Geometría y medición	Reconoce figuras geométricas básicas: rectángulo, cuadrado, triangulo, círculo. Señala la ubicación de un objeto con respecto a otro correctamente. Reconoce y diferencia las líneas rectas de las líneas curvas. Utiliza correctamente los referentes temporales en situaciones cotidianas.	Prueba escrita
	Estadística	Interpreta correctamente tablas de datos y gráficos estadísticos.	

I. Técnicas de recolección de datos

Se utilizó la técnica de observación y la técnica del examen, las cuales fueron seleccionadas por su pertinencia de acuerdo a los objetivos de la investigación.

J. Instrumentos de recolección de datos

Se utilizaron tres instrumentos. Para la variable procedimiento de enseñanza de las matemáticas se utilizó la encuesta a docentes, ficha de observación directa y para la variable nivel de logro de aprendizajes se utilizó la prueba escrita de conocimientos, los cuales se describirán a continuación:

Encuesta a docentes consta de 16 interrogantes cerradas con tres alternativas cada una; permite evaluar las cuatro dimensiones consideradas dentro de la variable, su calificación es por mayoría de coincidencias con las alternativas, a mayor coincidencia con la alternativa "a" se identifica con el enfoque conductista, a mayor coincidencia con la alternativa "b" se identifica con el enfoque constructivista y a mayor coincidencia con la alternativa "c" se identifica como un conocimiento mixto. Los ítems 1, 2, 9 y 10 evalúan la dimensión currículo y sujetos de la educación; los ítems 3, 6, 7 y 11 evalúan la dimensión desarrollo de la sesión de aprendizaje; los ítems 4, 5, 8 y 12 evalúan la dimensión evaluación de los aprendizajes y los ítems 13, 14, 15 y 16 evalúan la dimensión materiales y organización del aula.

Ficha de observación dirigida consta de 16 enunciados a observar con tres alternativas y un espacio para detallar observaciones cada una, permite evaluar las cuatro dimensiones consideradas dentro de la variable, su calificación es por mayoría de coincidencias con las alternativas, a mayor coincidencia con la alternativa "a" se identifica con el enfoque conductista, a mayor coincidencia con la alternativa "b" se identifica con el enfoque constructivista y a mayor coincidencia con la alternativa "c" se identifica como un conocimiento mixto. Los enunciados 3, 5, 10 y 12 permiten observar y valorar la dimensión currículo y sujetos de la educación; los enunciados 6, 7, 8 y 9 permiten observar y valorar la dimensión desarrollo de la sesión de aprendizaje; los enunciados 11, 14, 15 y 16 permiten observar y valorar la dimensión evaluación de los aprendizajes y los ítems 1, 2, 4 y 13 permiten observar y valorar la dimensión organización del aula y materiales.

Prueba escrita de conocimientos consta de 15 preguntas, 11 para desarrollar y cuatro con alternativa múltiple, cabe precisar que permite evaluar las tres dimensiones consideradas dentro de la variable, su calificación será vigesimal, pero para efectos de análisis estadístico será convertido a cualitativo según la escala determinada. Las preguntas de la 1 a la 10 evalúan la dimensión número, relaciones y operaciones, las preguntas 11 a la 14 permiten evaluar la dimensión geometría y medición y la pregunta 15 evalúa la dimensión estadística.

Es necesario precisar que se evaluó la confiabilidad de los instrumentos. Para la variable procedimiento de enseñanza de las matemáticas se utilizó el coeficiente de Alfa de Cronbach que se orienta hacia la consistencia interna del instrumento, luego de aplicar el instrumento a una población ajena a la investigación y hacer el análisis estadístico se obtuvo el valor del análisis de confiabilidad 0,710, lo que significa que la fiabilidad del instrumento de investigación es aceptable. Para la variable nivel de logro de los aprendizajes se realizó a través de la técnica de medidas de estabilidad, confiabilidad pretest y postest, el cual se hizo aplicando el instrumento a una muestra de estudiantes de primer grado totalmente ajena a la población de investigación, luego del análisis estadístico se obtuvo una media aritmética de 13,95 en el pretest y 13,90 en el postest; además se aplicó la prueba de correlación de Pearson con un promedio de 0,795, lo que indica que el instrumento tiene un nivel de correlación positiva fuerte.

Por su parte, se realizó la validación de los instrumentos por dos expertos, los cuales revisaron y ponderaron cada uno de estos. Para la encuesta a docentes y ficha de observación dirigida, ambos exper-

tos calificaron a los instrumentos como buenos; mientras que para la prueba escrita de conocimientos, uno de los expertos le otorgó un promedio de valoración en la escala de muy bueno, mientras que el otro experto lo validó con un promedio en la escala de bueno.

K. Metodología

Para poder recoger la información se emplearon tres instrumentos:

En primer lugar, se procedió a aplicar la *encuesta a los docentes*, para ello se coordinó con el cuerpo directivo de las instituciones educativas que conforman la muestra y con los docentes del primer grado. Se aplicó la encuesta en una sola fecha a todos los docentes de la muestra. Este instrumento permitió identificar cuál es el enfoque de enseñanza de la matemática que los docentes conocen y con el que se identifican.

En segundo lugar, se aplicó la *ficha de observación dirigida* a través de la observación de la práctica pedagógica del docente en el aula; esta aplicación se llevó a cabo en seis días, cada día se observó la sesión de aprendizaje en una de las aulas durante dos horas pedagógicas; este instrumento permitió observar e identificar cuál es el enfoque pedagógico que aplican durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje de matemática. El cruce y análisis cualitativo de estos resultados permitió identificar el procedimiento de enseñanza de estos docentes.

En tercer lugar, se aplicó la *prueba escrita de conocimientos*, la cual se hizo en una sola fecha con la colaboración de seis aplicadores debidamente entrenados y conocedores de la rigurosidad de la investigación, las pruebas fueron revisadas y tabuladas por el investigador.

L. Métodos de análisis de datos

Al ser una investigación de tipo descriptivo correlacional se utilizará la prueba estadística chi-cuadrado, para determinar si existe relación entre las variables.

- Prueba estadística

$$x^2 = \sum \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

Dónde:

X^2 = chi-cuadrado
O_{ij} = valor observado
E_{ij} = valor esperado

- Hipótesis

Ho = No existe relación entre las variables
Ha = Si existe relación entre las variables

- Nivel de significancia

$\alpha = 0{,}05$

- Prueba de hipótesis

Si p < se rechaza la Ho

Para el proceso de análisis e interpretación de datos se utilizará el análisis de datos descriptivos a través de cuadros, porcentajes y gráficos estadísticos que permitirán una mejor presentación de los resultados. Todos estos a través del paquete estadístico SPSS versión 21.

M. Análisis e interpretación de resultados

En primer lugar, se van a presentar los resultados de la aplicación de la encuesta a docentes que permite determinar qué enfoque de enseñanza conocen y con cuál se identifican. Seguido, se van a mostrar los resultados de la aplicación de la ficha de observación dirigida que permite conocer cuál es el enfoque de enseñanza que aplican en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje de matemáticas, luego se van a presentar los resultados de la aplicación de la prueba de conocimientos que permite obtener los resultados del nivel de logro de aprendiza-

jes que alcanzaron los estudiantes; y para terminar se presentarán los resultados estadísticos y cualitativos que permiten establecer si existe relación entre las variables investigadas.

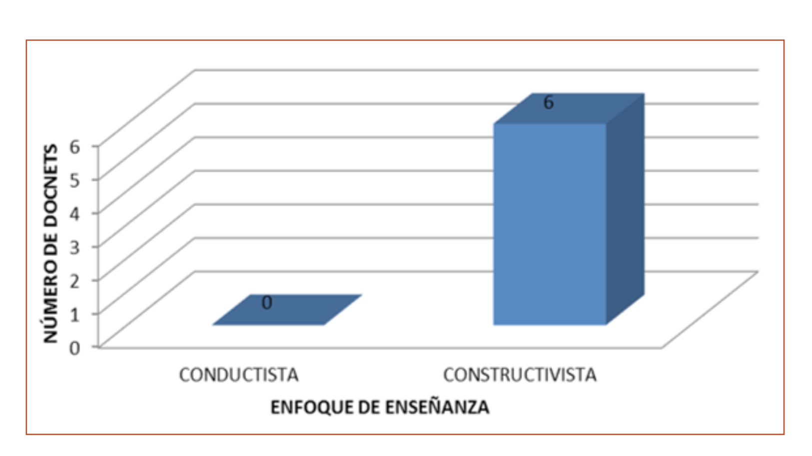
1) Resultados del enfoque de enseñanza de las matemáticas que conocen y se identifican los docentes

Luego de aplicar el instrumento *encuesta a docentes*, se procedió a identificar el enfoque de enseñanza de las matemáticas que conocen y con el cual se identifican los docentes del primer grado de educación primaria y se llegó a los siguientes resultados:

TABLA 4. Resultados del enfoque de enseñanza de las matemáticas que conocen y se identifican los docentes del primer grado de las instituciones en estudio

DOCENTE ENCUESTADO	DIMENSIONES								Resultado	
	Currículo y sujetos de la educación		Desarrollo de la sesión		Evaluación de los aprendizajes		Organización del aula y materiales educativos			
	Conduc	Construc	Conduc	Construc	Conduc	Construc	Conduc	Construc	Conduc	Construc
1		X		X		X		X		X
2		X		X		X		X		X
3		X		X		X		X		X
4		X		X		X		X		X
5		X		X		X		X		X
6		X		X		X		X		X
Total	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6

FIGURA 1. Resultados del enfoque de enseñanza de las matemáticas que conocen y se identifican los docentes del primer grado de las instituciones en estudio



En la Tabla 4 y Figura 1 se pueden apreciar los resultados de la aplicación de la encuesta a los docentes, referida a identificar cuál es el enfoque que conocen y se identifican para el proceso de enseñanza de las matemáticas, en el que se aprecia que los seis docentes que representan el 100%, se identifican con el enfoque constructivista. Estos resultados se detallan a continuación especificando cada caso por ítem de la encuesta.

Respecto a la *dimensión currículo y sujetos de la educación*, se puede identificar que los docentes 1 y 3 consideran que la planificación del curso de matemática lo realizan mediante un examen de diagnóstico, dosificando los contenidos del área de matemática con el fin progresivo de cumplir con el mayor número de propósitos que se marcan; los docentes 2, 4, 5 y 6 señalan que planifican con base en los registros de la necesidad del grupo de estudiantes, dosificando los contenidos del área y tratando de correlacionar todas las materias, dejando la planificación abierta a los intereses y opiniones que tengan los estudiantes.

Así mismo, los seis docentes señalan que realizan la planificación considerando las necesidades del estudiante y de acuerdo a las características del entorno social de la escuela; de la misma manera señalan que el aprendizaje es modificar el conocimiento diversificando los esquemas que posee el estudiante mediante la participación colectiva e indican que un estudiante logró aprender cuando este sabe qué procedimiento tiene que realizar para resolver los problemas que el docente plantea. De lo explicado, se concluye que en esta dimensión, en la mayoría de reactivos los docentes se identifican con el enfoque

constructivista; sin embargo, en el reactivo referido a planificación curricular, cinco docentes se identificaron con el enfoque conductista y uno con el enfoque constructivista.

Con respecto a la *dimensión desarrollo de la sesión de aprendizaje*, los seis docentes consideran que se debe desarrollar algunas veces en forma individual y otras en forma grupal dependiendo de la actividad que se esté desarrollando. Así mismo, los docentes 1, 2, 3, 5 y 6 indican que los estudiantes deben intervenir de manera dinámica en el desarrollo de la sesión proponiendo actividades y materiales con los que desean trabajar, mientras que el docente 4 señala que los estudiantes deben escuchar y realizar las actividades que se le presentan, trabajando siempre con la ayuda del docente. Respecto a la ayuda que el docente brinda a los estudiantes, los docentes 2, 3, 4, 5 y 6 consideran que se debe hacer con base en la relación de sus compañeros del mismo nivel de desarrollo y utilizando material concreto para que el conocimiento sea fácil de comprender; mientras que el docente 1 considera que la ayuda se debe realizar mediante la explicación continua en el pizarrón para que todos lo puedan ver y entender.

De igual forma, los docentes 2, 4, 5 y 6 manifiestan que para dar a conocer un nuevo tema lo realizan mediante el planteamiento de un problema que para su solución requieren material observando los puntos de partida de los aprendizajes; mientras que los docentes 1 y 3 manifiestan que para dar a conocer un nuevo tema lo realiza mediante la interrogación dirigida a los estudiantes para luego exponer el tema y en consecuencia la ejercitación del nuevo conocimiento. De lo explicado anteriormente, se concluye que para la dimensión desarrollo de la sesión de aprendizaje, los docentes respecto a la actuación del estudiante se identifican con el enfoque constructivista, sin embargo, respecto al rol del profesor algunos de ellos se identifican con el enfoque conductista.

En cuanto a la *dimensión evaluación de los aprendizajes* los docentes 1, 2, 3, 5 y 6 consideran que la evaluación es un proceso de recojo de información que le permite tomar decisiones para poder mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje; mientras que el docente 4 indica que la evaluación es un proceso para poder calificar y promediar las notas de los estudiantes en el área de matemáticas. Además, los seis docentes indican que los contenidos matemáticos los evalúa a través de la realización de registros continuos durante las actividades para precisar los progresos de acuerdo a su nivel de desarrollo y del plan curricular, aplicando un examen inicial, intermedio y final, sobre la

base de la consideración de todos estos elementos se da el resultado de la evaluación.

Los docentes 1, 2, y 3 manifiestan que los aprendizajes que el niño logre le servirán para resolver problemas matemáticos cotidianos que se le presenten en un examen de conocimientos; mientras que los docentes 4, 5 y 6 indican que los aprendizajes que los niños van logrando les servirán para darle sentido, modificarlo y relacionar este conocimiento con el fin de utilizarlo con su entorno social; y finalmente los seis docentes manifiestan que el progreso de los niños debe ser discutido por los padres de familia, docente y estudiante. De lo explicado, se deduce que en la mayoría de los ítems el docente se identifica con el enfoque constructivista; sin embargo, en el ítem referido a la finalidad de los aprendizajes tres docentes coincidieron con el enfoque conductista.

En cuanto a la *dimensión materiales y organización del aula*, los docentes 2, 4, 5 y 6 manifiestan que para desarrollar un tema de matemática prefiere apoyar a los grupos de trabajo y explicar individualmente a los niños que tengan mayor dificultad; mientras que los docentes 1 y 3 señalan que para desarrollar la sesión ellos prefieren estar al frente del aula, dando explicaciones y controlando a todo el grupo. De igual manera, los seis docentes consideran que el mobiliario de salón debe estar organizado dependiendo de la actividad, puede estar en grupos o en filas y columnas. Respecto a los materiales los docentes 2, 3, 4 y 6 indican que prefieren utilizar en las sesiones de aprendizaje material concreto adecuado al tema abordado y a la edad evolutiva del niño; mientras que los docentes 1 y 5 indican que prefieren utilizar libros de texto y afianzar el conocimiento de los estudiantes.

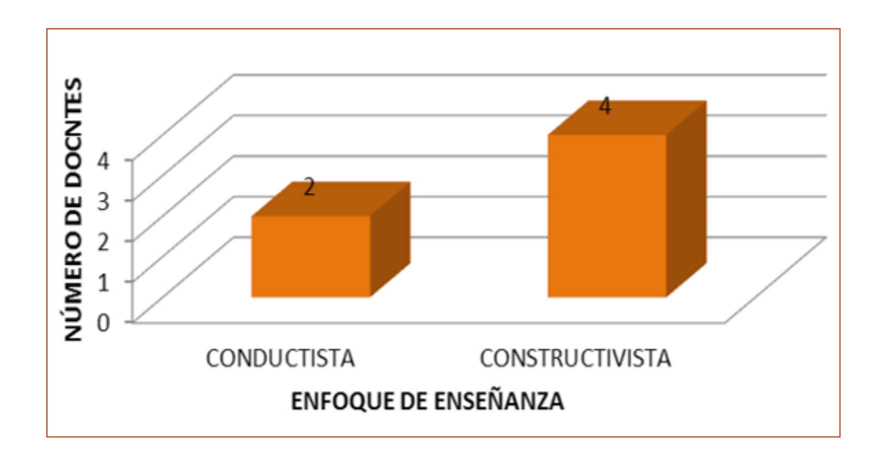
De lo explicado se deduce que la mayoría de docentes se identifican con el enfoque constructivista, a excepción de dos docentes que se identifican con el enfoque conductista.

2) Resultados del enfoque de enseñanza de las matemáticas que aplican los docentes durante el desarrollo de las sesiones

TABLA 5. Resultados del enfoque de enseñanza de las matemáticas que aplican los docentes del primer grado de las instituciones en estudio durante el desarrollo de las sesiones

DOCENTE ENCUESTADO	DIMENSIONES								Resultado	
	Currículo y sujetos de la educación		Desarrollo de la sesión		Evaluación de los aprendizajes		Organización del aula y materiales educativos			
	Conduc	Construc	Conduc	Construc	Conduc	Construc	Conduc	Construc	Conduc	Construc
1	X		X		X		X		X	
2	X		X		X		X		X	
3		X		X		X		X		X
4		X		X		X		X		X
5		X		X		X		X		X
6		X		X		X		X		X
Total	23	4	2	4	2	4	2	4	2	4

FIGURA 2. Resultados del enfoque de enseñanza de las matemáticas que aplican los docentes del primer grado de las instituciones en estudio durante el desarrollo de las sesiones



En la Tabla 5 y Figura 2 se pueden apreciar los resultados de la aplicación de la ficha de observación dirigida, referida a identificar el enfoque que aplican los docentes en el proceso de enseñanza de las matemáticas, en el que se observa que dos docentes que representan el 33%, tienen una práctica conductista en el desarrollo de sesiones; mientras que cuatro docentes que representan el 67%, tienen una práctica constructivista durante el desarrollo de las sesiones de matemática. Estos resultados se detallan a continuación especificando cada caso por ítem observado con la ficha de observación dirigida.

Respecto a la *dimensión currículo y sujetos de la educación* se observó que los docentes 1 y 3 desarrollaron la sesión de manera aislada y no se evidenció la integración de áreas, además se observó que mientras los estudiantes hacían las actividades asignadas por el docente, estos permanecían sentados junto a su escritorio esperando a que los estudiantes le hagan alguna pregunta o soliciten la revisión del ejercicio encargado; mientras que los docentes 2, 4, 5 y 6 realizaron la sesión integrando áreas y se pudo evidenciar que relacionó la sesión con el área de ciencia y ambiente.

También se observó que con los docentes 1 y 3 durante el desarrollo de su sesión los estudiantes solo escuchaban al mismo, en ocasiones deseaban participar, pero eran cortados por el docente, quien les indicaba que escuchen con atención y que no hagan bulla; mientras que los docentes 2, 4, 5 y 6 propiciaban la participación de los estudiantes, quienes preguntaban acerca del tema o daban a conocer su punto de vista acerca de lo que se estaba tratando durante el desarrollo de la sesión. De lo explicado se concluye que, en esta dimensión, tres docentes aplicaron procedimientos que se identifican con el enfoque conductista y tres docentes demostraron características relacionadas con el enfoque constructivista.

En relación a la *dimensión desarrollo de la sesión*, se observó que los docentes 1 y 3 explicaban el tema parados frente al pizarrón la mayor parte del tiempo, no caminaban ni recorrían el aula; mientras que los docentes 2, 4, 5 y 6 recorrían el salón dando explicaciones al macro grupo y ocasiones a los microgrupos que había formado, también se observó que daba explicaciones en forma individual a los estudiantes que requerían su ayuda, ya que indicaban que no habían entendido alguna parte del tema. De igual manera, se pudo observar que las explicaciones que daban los docentes 1 y 3 estaban centrados en el tema a tratar, explicaban y resolvían un problema en la pizarra como modelo y luego asignaban varios problemas a los estudiantes

para que lo resolvieran en forma individual, sin considerar la secuencia o grado de complejidad que tenían estos problemas, ya que los docentes solo se limitaron a resolver los problemas que aparecían en el libro de texto; mientras que los docentes 2, 4, 5 y 6 iniciaron la sesión con una actividad motivadora y utilizando materiales concretos, además se observó que los docentes planteaban problemas contextualizados de situaciones que los niños vivían diariamente, y para el planteamiento del problema, uno de los docentes consideró la secuencia y grado de complejidad de los mismos. De lo explicado se concluye que en esta dimensión, tres docentes aplicaron procedimientos que se identifican con el enfoque conductista y tres docentes desarrollaron la sesión identificándose con el enfoque constructivista.

En cuanto a la *dimensión evaluación de los aprendizajes* se observó que los docentes 1 y 3 realizaron la evaluación al final de la sesión a través de una prueba de conocimientos; mientras que los docentes 2, 4, 5 y 6 evaluaron durante la sesión a través de una ficha de observación y evaluaron al final de la sesión con una prueba escrita de conocimientos. Así mismo, se pudo observar que los docentes 1 y 3 invitaron a algunos estudiantes a pasar al pizarrón y resolver ejercicios plantados en los libros, en aras de corroborar si comprendieron el tema. Del mismo modo, se observó que para la resolución de los ejercicios del libro los docentes primero explican, resuelven el problema y luego dictan la solución, de esta manera manifiestan que evalúan el progreso de los estudiantes y califican cada ejercicio a través de sellos; mientras que los docentes 2, 4, 5 y 6 preguntan a los niños si entendieron, resuelven las inquietudes y luego los niños resuelven los ejercicios en su libros de texto de matemática, todos los grupos resuelven el mismo ejercicio, luego uno de los integrantes sale a la pizarra a socializar los hallazgos y finalmente el profesor refuerza y propicia una coevaluación entre pares y él califica el trabajo realizado a través de letras. De lo explicado, se concluye que en esta dimensión, cinco docentes aplicaron procedimientos que se identifican con el enfoque conductista y un docente evalúa los aprendizajes de los estudiantes con características relacionadas al enfoque constructivista.

Respecto a la *dimensión materiales educativos y organización del aula* se observó que los docentes 1 y 3 durante todo el desarrollo de la sesión mantuvieron el mobiliario ubicado en filas y columnas; mientras que los docentes 2, 4, 5 y 6 iniciaron la sesión con el trabajo individual para luego pasar a formar grupos de trabajo. Así mismo, se observó que los docentes 1 y 3 utilizan como material principal el pi-

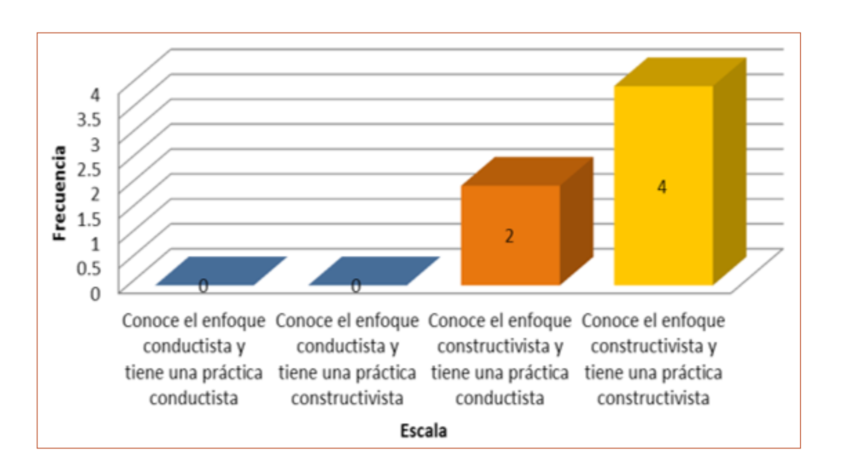
zarrón y plumones para realizar las explicaciones del tema y en cuanto a la utilización de otros materiales no se pudo observar durante las sesiones, a excepción de papelógrafos y láminas con números naturales del cero al 20; mientras que en las sesiones de los docentes 2, 4, 5 y 6 se observó el uso de material concreto y que existe en las aulas un espacio para los materiales educativos. También se advirtió durante las sesiones de los docentes 1 y 3 que el uso del libro de texto de matemática se utilizó de principio a fin de la sesión, ya que los docentes solo repitieron los datos que aparecían en este; mientras que en las sesiones de los docentes 2, 4, 5 y 6 los niños utilizaron el libro de texto después del trabajo con material concreto y resolvían ejercicios conjuntamente con el docente. De lo explicado se concluye que en esta dimensión, cinco docentes aplicaron procedimientos que se identifican con el enfoque conductista y un docente respecto a la organización del aula y uso de materiales se identifica con características relacionadas al enfoque constructivista.

Por otro lado, de los datos recogidos a través de los instrumentos encuesta a docentes y ficha de observación dirigida se obtiene los siguientes resultados:

TABLA 6. Resultados generales del enfoque de enseñanza de los docentes del primer grado de las instituciones en estudio

ESCALA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Conoce el enfoque conductista y tiene una práctica conductista	0	0
Conoce el enfoque conductista y tiene una práctica constructivista	0	0
Conoce el enfoque constructivista y tiene una práctica conductista	2	33%
Conoce el enfoque constructivista y tiene una práctica constructivista	4	67%

FIGURA 3. Resultados generales del enfoque de enseñanza de los docentes del primer grado de las instituciones en estudio



En la Tabla 6 y Figura 3 se puede apreciar el resultado consolidado de la aplicación de los instrumentos encuesta a docentes y ficha de observación dirigida, el cual señala que dos docentes que representan el 33% de la muestra, conocen el enfoque constructivista y tiene una práctica pedagógica conductista, mientras que cuatro docentes que representa el 67% de la muestra, conoce el enfoque constructivista y tiene una práctica pedagógica constructivista.

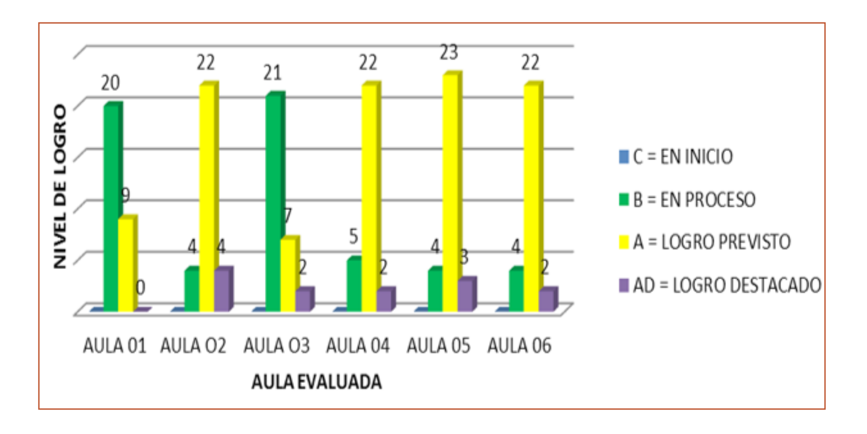
3) Resultados del nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes del primer grado de los estudiantes de las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno

Para identificar el nivel de logro de los aprendizajes del área de matemáticas se aplicó una prueba escrita formulada con 15 reactivos, se calificó y valoró la prueba de cada estudiante por aulas y luego se determinó la media aritmética del aula, calificado primero en forma cuantitativa y luego trasladada a la escala cualitativa de acuerdo a la escala propuesta, obteniéndose los siguientes resultados:

TABLA 7. **Resultados por aulas del nivel de logro de aprendizajes del área matemática de los estudiantes del primer grado de las instituciones en estudio**

NIVEL DE LOGRO	Aula 1	Aula 2	Aula 3	Aula 4	Aula 5	Aula 6	Total	
	F	F	F	F	F	F	F	%
En inicio	0	0	0	0	0	0	0	0
En proceso	20	4	21	5	4	4	58	33
Logro previsto	9	22	7	22	23	22	105	60
Logro destacado	0	4	2	2	3	2	13	7
Total	29	30	30	29	30	28	176	100

FIGURA 4. **Resultados por aulas del nivel de logro de aprendizajes del área matemática de los estudiantes del primer grado de las instituciones en estudio**



En la Tabla 7 y Figura 4 se puede apreciar el resultado consolidado de logro de aprendizaje por aulas: en el aula 1, 20 estudiantes alcanzaron el nivel de logro en proceso y nueve llegaron al nivel de logro previsto; en el aula 2, cuatro estudiantes alcanzaron el nivel de logro en proceso, 22 estudiantes llegaron al nivel de logro previsto y cuatro se ubicaron en logro destacado; en el aula 3, 21 estudiantes alcanzaron el nivel de logro en proceso, siete estudiantes llegaron al nivel de logro previsto y dos estudiantes se ubicaron en logro destacado; en el aula 4, cinco estudiantes alcanzaron el nivel de logro en proceso, 22 llegaron al nivel de logro previsto y dos estudiantes se ubicaron en logro destacado; en el aula 5, cuatro estudiantes alcanzaron el nivel de logro en proceso, 23 estudiantes llegaron al nivel de logro previsto y tres se ubicaron en

logro destacado; en el aula 6, cuatro estudiantes alcanzaron el nivel de logro en proceso, 22 llegaron al nivel de logro previsto y cuatro estudiantes se ubicaron en logro destacado.

Además, se puede apreciar que en cuatro aulas, específicamente las aulas 2, 4, 5 y 6, que representan el 67%, la mayoría de sus estudiantes alcanzaron el nivel de logro A = logro previsto, lo que significa que los estudiantes evidencian el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado, mientras que en las aulas 1 y 3, la mayoría de los estudiantes se ubican en el nivel de logro B = en proceso, lo que significa que los estudiantes están en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requieren acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.

Los principales errores cometidos en la evaluación por los estudiantes que pertenecen a las aulas que llegaron al nivel de logro B = en proceso, se dieron de la siguiente manera: en la *dimensión de número, relaciones y operaciones*, en su mayoría se presentó dificultad en el logro del indicador resuelve correctamente operaciones combinadas de adición y sustracción; resuelve problemas de adición y sustracción que implican juntar, agregar, quitar, separar; y en el indicador resuelve problemas que impliquen canjes con monedas de 1, 2, y 5 nuevos soles. Respecto a la *dimensión geometría y medición*, la dificultad se presentó respecto al indicador señala la ubicación de un objeto respecto a otro correctamente y utiliza los referentes temporales en situaciones cotidianas.

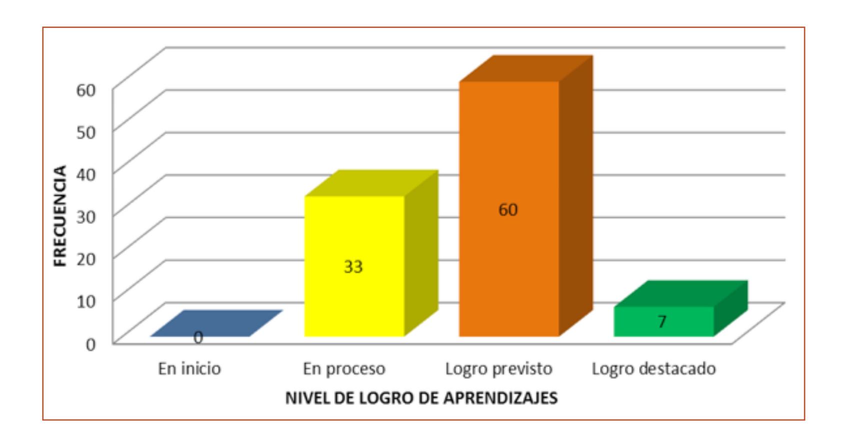
Respecto a la *dimensión estadística*, se presentó con más del 80% el error en relación al indicador interpreta correctamente tablas de datos y gráficos estadísticos.

4) Resultados generales del nivel de logro de aprendizaje del área de matemática de los estudiantes del primer grado de las instituciones educativas emblemáticas de la Ciudad de Puno, 2016

TABLA 8. Resultados generales del nivel de logro de aprendizajes del área matemática de los estudiantes del primer grado de las instituciones en estudio

Nivel de logro obtenido	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	0	0
En proceso	58	33%
Logro previsto	105	60%
Logro destacado	13	7%
Total	**176**	**100%**

FIGURA 5. Resultados generales del nivel de logro de aprendizajes del área matemática de los estudiantes del primer grado de las instituciones en estudio



En la Tabla 8 y Figura 5 se pueden apreciar los resultados generales donde 58 estudiantes que representan el 33% del total, se ubicaron en el nivel de logro en proceso; 105 estudiantes que representan el 60%, lograron el nivel de logro previsto; y tan solo 13 estudiantes que representan el 7% del total, alcanzaron el nivel de logro destacado. De estos resultados se puede concluir que la mayoría de estudiantes están en el nivel de logro en proceso.

5) Resultados de la relación entre enfoque de enseñanza y nivel de logro de aprendizajes

Con la aplicación de los instrumentos de la investigación se logró identificar el enfoque de enseñanza con el cual se reconocen los docentes del primer grado y el nivel de logro que tienen los estudiantes; además se realizó una explicación cualitativa de los datos obtenidos, los cuales se procesaron a través del paquete estadístico SPSS versión 22 y se obtuvieron los siguientes resultados.

TABLA 9. Resumen de procesamiento de casos

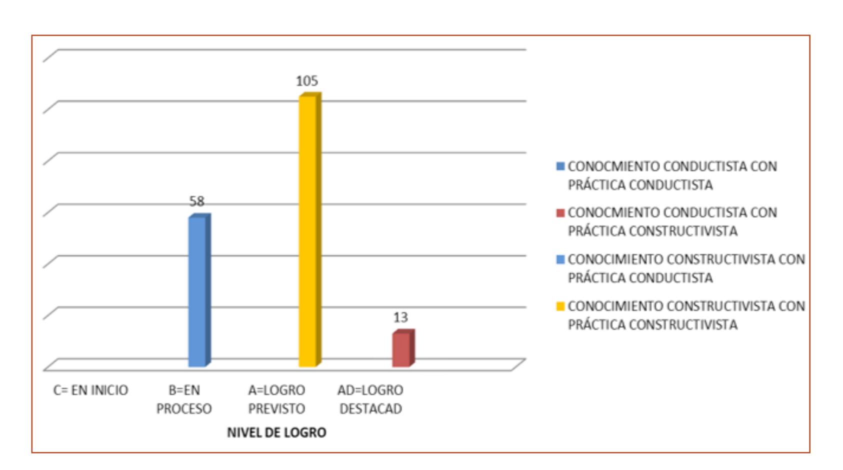
	Casos					
	Válido		Perdidos		Total	
	N	%	N	%	N	%
Enseñanza-aprendizaje	176	100%	0	0,0%	176	100%

En la Tabla 8 se aprecian los resultados del resumen de procesamiento de casos para las variables de investigación, el cual indica que el total de casos procesados válidos son 176 que representan el 100%, no existiendo casos perdidos.

TABLA 10. Resultados de la tabulación cruzada para las variables enseñanza y aprendizaje

			APRENDIZAJE			TOTAL
			En proceso	Logro previsto	Logro destacado	
Enseñanza	Conocimiento constructivista con práctica conductista	Recuento	58	0	0	58
	Conocimiento constructivista con práctica constructivista	Recuento	0	105	13	118
Total		Recuento	58	105	13	176

FIGURA 6. **Resultados de la tabulación cruzada para las variables enseñanza y aprendizaje**



En la Tabla 10 y Figura 6 se pueden apreciar los resultados de la tabulación cruzada para las variables enseñanza y aprendizaje, la cual indica que los docentes que se identifican con un conocimiento constructivista y práctica pedagógica conductista lograron aprendizajes de la matemática en la escala *en proceso* con un total de 50 estudiantes; mientras que los docentes que se identifican con un conocimiento constructivista y poseen una práctica pedagógica constructivista lograron aprendizajes de la matemática en el nivel *logro previsto* en 105 estudiantes y lograron llegar a la escala *logro destacado* en 13 estudiantes.

N. Prueba estadística

TABLA 11. **Pruebas de chi-cuadrado**

	Valor	gl.	Sig. asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	176,000	2	0,014
N.° de casos válidos	176		

En la Tabla 11 se observan los resultados de la prueba estadística chi-cuadrado en el que se puede apreciar que el valor de la significante bilateral es de 0,014, el cual es menor al nivel de significancia propuesto igual a 0,05, lo que implica aceptar la hipótesis estadística alterna.

Estos datos estadísticos permiten afirmar que sí hay relación entre el procedimiento de enseñanza que conocen y utilizan los profesores y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes.

O. Discusión

Luego del análisis de los resultados, se puede afirmar que todos los docentes de la muestra poseen conocimientos en el marco del enfoque constructivista de la educación. Sin embargo, al contrastar sus conocimientos con el quehacer de su práctica pedagógica difiere ya que el 33% de docentes investigados demostraron desarrollar sesiones en el marco del enfoque conductista tradicional.

De estos datos encontrados, también se puede afirmar que los docentes que conocen y desarrollan sesiones en el marco del enfoque constructivista obtienen mejores resultados en logro de aprendizajes de sus estudiantes debido a que lograron que un 60% llegara al nivel *logro previsto* y un 7% al nivel *logro destacado*. Realidad opuesta a los docentes que poseen conocimientos pedagógicos en el marco del enfoque constructivista, pero tienen una práctica pedagógica conductista tradicional, ya que lograron aprendizajes inferiores en comparación al grupo anterior.

En relación a los resultados de la evaluación escrita de conocimientos que rindieron los estudiantes, se encontraron fortalezas en cuanto a la dimensión de número, relaciones y operaciones, ya que la mayoría de estudiantes resolvió con éxito los ítems que corresponden a esta, observándose debilidad en cuanto a los indicadores de resolución de problemas de adición y sustracción que implican juntar, agregar o quitar, así como también en cuanto al indicador que implica canjes con monedas. En la dimensión de geometría y medida, se observó debilidad en cuanto al indicador que evalúa la ubicación de un objeto respecto a otro. En la dimensión de estadística, se observó mayor debilidad sobre todo en el aspecto de interpretación de tablas y gráficos estadísticos.

En base a los expresado y corroborado por el análisis estadístico descriptivo, se concluye que existe relación entre el enfoque de enseñanza que conocen y aplican los docentes y el nivel de logro de apren-

dizajes que tienen los estudiantes. Este resultado concuerda con los resultados obtenidos por Lázaro[100], quien afirma que el uso de las estrategias didácticas tiene un efecto positivo en los aprendizajes.

Del mismo modo, los resultados obtenidos coinciden con lo afirmado por Aredo[101], quien indica que la metodología activa y colaborativa, en el proceso de la enseñanza-aprendizaje, produjo cambios significativos en los estudiantes hacia la mejor comprensión de los conceptos y propiedades del tema de función real y en la evaluación final se mejoró considerablemente el aprendizaje de los estudiantes alcanzándose un grado de conocimiento de bueno y muy bueno, en general superando las deficiencias de la evaluación de entrada y han mostrado mejoras de sus conocimientos que en la evaluación de proceso. Esto coincide con los resultados obtenidos en esta investigación, ya que los docentes que se identifican con un conocimiento constructivista y a la vez poseen una práctica pedagógica en el marco del constructivismo, lograron mejores niveles de aprendizaje en los niños del primer grado que aquellos docentes que tienen una práctica pedagógica conductista tradicional.

CONCLUSIONES

- Existe relación entre el procedimiento de enseñanza de la matemática y el nivel de logro de aprendizaje de los estudiantes del primer grado de educación primaria en las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - 2016, estadísticamente comprobado a través de la prueba chi-cuadrado que alcanzó un nivel de significancia de 0,014, valor que es menor al nivel de significancia propuesto igual a 0,05. Además, se concluye que el procedimiento de enseñanza es importante para el logro de aprendizajes en los

100 Dany Brigitte Lázaro Silva. "Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral" (tesis de doctorado), Lima, Universidad de San Martín de Porres, 2012, disponible en [https://repositorio.usmp.edu.pe/handle/20.500.12727/613].

101 María Angelita Aredo Alvarado. "Modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza - aprendizaje de funciones reales del curso de matemática básica en la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Piura" (tesis de maestría), Lima, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2012, disponible en [https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/1650].

niños, ya que el porcentaje de docentes que se identificaron con una práctica pedagógica constructivista lograron niveles de aprendizaje en la escala A = logro previsto, lo que confirma que existe relación entre las variables investigadas; mientras que el porcentaje de docentes que tiene una práctica pedagógica conductista alcanzaron un nivel de logro B = en proceso.

- El procedimiento de enseñanza que practican los docentes del primer grado para el área de matemática, se estudió a través de dos instrumentos, la encuesta a docentes y la ficha de observación dirigida. Esto permitió identificar que el 33% de los docentes conocen y se identifican con el enfoque constructivista, pero tienen una práctica pedagógica de enseñanza conductista; mientras que el 67% de los docentes conocen y se identifican con el enfoque constructivista y su práctica pedagógica en el aula es constructivista, afirmándose que el conocimiento que poseen la mayoría de docentes es reflejado en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

- El nivel de logro de aprendizaje del área de matemática de los estudiantes de primer grado de educación primaria en las instituciones educativas emblemáticas de la ciudad de Puno - 2016, es que el 33% del total de la población alcanzó el nivel de logro B = en proceso, lo que significa que los estudiantes están en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requieren acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo; mientras que el 60% del total de la población alcanzó el nivel de logro A = logro previsto, lo que significa que los estudiantes evidencian el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado y un mínimo 7% logró ubicarse en el nivel de logro AD = logro destacado, lo que significa que el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas.

RECOMENDACIONES

- Los docentes de educación primaria deben considerar la importancia que tiene el procedimiento de enseñanza que utilizan, ya que existe relación entre este y el nivel de logro de aprendizajes de los estudiantes.

- Los investigadores deben hacer investigaciones para determinar las causas o explicar por qué aún hay docentes de educación primaria que tienen una práctica pedagógica diferente a los conocimientos, teorías y enfoques que conocen.

- Los investigadores deben ampliar el campo de investigación de esta investigación, pudiendo establecer una mayor población para así validar o desechar los datos obtenidos.

CAPÍTULO QUINTO

Reflexiones sobre la importancia del enfoque pedagógico que se aplica en la enseñanza de las matemáticas dirigido a estudiantes de educación básica

En 2018 se llevó a cabo el Programa de la Evaluación Internacional de Estudiantes –PISA, por sus siglas en inglés–, una evaluación internacional dirigida a los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos – OCDE– que tiene como objetivo dar a conocer si los estudiantes de 15 años, próximos a terminar sus estudios en educación básica están preparados para asumir los desafíos del mundo profesional y laboral de su interés. La competencia no incluye la participación obligatoria del Perú, ya que no forma parte de la OCDE, pero es conocida su suscripción voluntaria[102].

Con el puesto 64 de un total de 77 países, el Perú percibe una mejora en comparación de años anteriores, sin embargo, sigue siendo uno de los países con los resultados más bajos, pero ¿a qué se debe este

102 Ministerio de Educación del Perú. *Resultados. Evaluación Internacional PISA, Perú*, 2018, disponible en [http://umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2018/].

resultado? El presente estudió indicó que le método de enseñanza es un factor importante para alcanzar resultados favorables, entonces es predecible que entre los distintos factores que estén generando una dificultad en el aprendizaje se encuentran la metodología de enseñanza.

Por muchos años, la educación rígida ha prevalecido en las aulas. El docente solicitaba a sus alumnos memorizar fechas, nombres o eventos si de algún curso de humanidades se trataba, y fórmulas y procedimientos si el estudiante debía recurrir a resolver un problema matemático, precisamente como la metodología del conductismo indicaba: estimulo-respuesta. Una herramienta que podía utilizarse en la educación, pero que tal como se ha visto, no solucionaba realmente la calidad de enseñanza, sino que convertía a las mentes en formación en objetos sin capacidad crítica e incapaces de aplicas sus conocimientos a otros campos o en otras situaciones que consideraban ajenas.

Al respecto, la OCDE[103] presentó el estudio *Schooling for tomorrow: trends and scenarios*, en el que conceptualiza qué debe entenderse como educación de calidad. De toda la información relevante que la Organización expone en el documento, destaca la que afirma que es una herramienta para los jóvenes que les asegura que poseerán información capacidades, destrezas y actitudes necesarias para afrontar al mundo cada vez más globalizado. En esa misma línea, la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe -OREALC-UNESCO- agrega que la educación de calidad es un "derecho fundamental"[104], por tanto, debe ser parte de la vida de todos los seres humanos que habitan el planeta. Sn embargo, la realidad es totalmente distinta. No todas las personas cuentas con acceso a la educación y si la cuentan esta no resulta ser de calidad.

Cabe añadir a lo ya expuesto que la calidad entendida como una característica del resultado final de la enseñanza no posee una gran injerencia en el proceso, es decir en los elementos que lograrán dicho resultado a diferencia como sí lo hace el contexto, las autoridades, la escuela y el docente, según la investigación realizada por Martí-

103 Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos cit. en Guadalupe Iván Martínez Chairez, Albertico Guevara Araiza y María Manuela Valles Ornelas. "El desempeño docente y la calidad educativa", *Ra Ximhai*, vol. 12, n.° 6, 2016, pp. 123 a 134, disponible en [https://www.redalyc.org/pdf/461/46148194007.pdf].

104 Ibíd., p. 124.

nez-Chairez *et al.*[105], es por eso que el presente capítulo abarcará la importancia del enfoque pedagógico que utiliza el docente como un factor importante para el aprendizaje de matemáticas dirigido a estudiantes de educación básica, específicamente de primero de primaria, una etapa de la formación académica sumamente importante, pues son esos primeros años en los que la mente del nuevo ser se encuentra apta para adquirir procedimientos, herramientas, etc. que lograr hacer de él un estudiante competente o por el contrario, creará limitaciones para recibir información futuro.

Al respecto, diversas teorías del aprendizaje sugieren métodos a seguir, sin embargo, de acuerdo con los resultados alcanzados en esta investigación cualquiera que siga el camino de la repetición o del aprendizaje mecánico no obtendrá grandes resultados, pues la enseñanza debe ser articulada teniendo en cuenta el contexto del alumno. Es así que, respecto a la enseñanza de las matemáticas, Llinares sugiere que se debe ayudar a los alumnos a razonar matemáticamente, es decir que el docente realice actividades o identifique situaciones donde pueda poner en práctica la lógica numérica. Por ello propone lo siguiente:

a. Seleccionar y diseñar tareas matemáticamente relevantes para conseguir los objetivos de aprendizaje aprendidos.

b. Gestionar las diferentes fases de una lección y en particular la gestión de las discusiones matemáticas en el aula.

c. Interpretar y analizar el pensamiento matemático de los estudiantes[106].

Los puntos presentados no quieren decir que la tarea de aprendizaje sea responsabilidad exclusiva del docente, pero sí que él o ella es un elemento importante para lograr resultados positivos en el aprendizaje brindado. Así mismo, las pautas señaladas en a), b) y c) logran, de

105 Martínez Chairez, Guevara Araiza y Valles Ornelas. "El desempeño docente y la calidad educativa", cit.

106 Salvador Llinares. "Enseñar matemáticas como una profesión. Características de las competencias docentes". *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, n.º 18, 2019, disponible en [https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/39889], p. 31.

alguna manera, romper con la educación tradicional y memorística que le exige al estudiante aprender sin cuestionar un concepto y que lo priva, al mismo tiempo, de formar una mente consciente y capaz de desenvolverse frente a cualquier problemática que pueda suscitarse.

Ahora bien, ¿qué dicen los actores principales sobre el aprendizaje de las matemáticas? Un reciente estudio presentado por Sepúlveda *et al.*[107] dio a conocer qué factores interceden en la dificultad para adquirir conocimientos numéricos y expresó que existen tres aspectos básicos: la complejidad de la materia, las características del docente y aquellas propiciadas por el mismo estudiante. Respecto a las cualidades importantes que debe presentar un profesor, según los alumnos, es que debe ser paciente, con posibilidad de diálogo y entretenido. Ello da a conocer que el docente no solo debe preocuparse por tener conocimiento en la materia ni las cualidades de un bueno orador. El vínculo alumno-profesor debe ser construido desde valores sustentados en la inteligencia emocional, es decir con suma empatía y dinamismo.

Nias[108] afirma que las emociones que se presentan en el proceso educativo son fundamentales, en primera instancia, porque la enseñanza-aprendizaje involucra la relación bidireccional entre el profesor y el estudiante y, en segundo lugar, porque el docente puede contribuir de manera positiva en la autoestima del alumno. Por ejemplo, si un menor que se encuentra en el aula presenta dificultades para resolver un problema matemático a diferencia del resto de sus compañeros, puede sentir que no tiene la capacidad necesaria para lograr hacerlo jamás. Es ahí que la tarea del docente es explicarle al estudiante que existen otros recursos que puede utilizar para lograr su objetivo, que no todos poseen una sola ruta de aprendizaje y que si posee interés en resolver los problemas podrá hacerlo.

En ese sentido, es importante definir qué se entiende por inteligencia emocional. Al respecto, Mayer y Salovey[109] afirman que es

107 Alejandro Sepúlveda, Margarita Opazo, Danilo Díaz-Levicoy, Diego Jara, Daniel Sáez y Diego Guerrero. "¿A qué atribuyen los estudiantes de educación básica la dificultad de aprender matemática?", *Revista de Orientación Educacional*, vol. 31, n.° 58, 2016, pp. 105 a 119, disponible en [http://funes.uniandes.edu.co/8687/1/144-342-1-PB.pdf].

108 Jennifer Nias cit. en Javier Cejudo y María López Delgado. "Importancia de la inteligencia emocional en la práctica docente: un estudio con maestros", *Psicología Educativa*, n.° 23, 2017, pp. 29 a 36, disponible en [https://journals.copmadrid.org/psed/archivos/ed2017v23n1a4.pdf].

109 John D. Mayer y Peter Salovey cits. en ibíd., p. 30.

"la capacidad para percibir, valorar y expresar emociones con exactitud, la capacidad para acceder a sentimientos (o generarlos) que faciliten el pensamiento, la capacidad para comprender las emociones y el conocimiento emocional y la capacidad para regular las emociones promoviendo el crecimiento personal e intelectual", este concepto es sumamente importante, pues se debe tener en cuenta que a quienes se les imparte clases son individuos que se encuentran desarrollando no solo conocimientos, sino comportamientos, conductas que les permitirá a futuro resolver situaciones conflictivas y todo partirá de sus primeros años de vida, en cómo aprendieron a relacionarse, el manejo de sus emociones y qué acciones realizan para canalizar sus enojos.

Así mismo, se debe considerar que los primeros años en el sector primario son encaminados desde el nivel inicial, en relación a ello, la didáctica para la transición cumple un rol importante que debe haber sido desarrollado previamente y continuarse hasta segundo de primaria, de igual manera que los contenidos con los que se trabajará, así como los contextos idóneos para brindar la enseñanza, y usar el medio que rodea a los estudiantes para utilizarlo de herramienta de aprendizaje, ya que finalmente, la matemática, según explica Albarracín *et al.*[110], es una práctica humana accesible a todos los individuos y que ofrece la capacidad de mejora.

Se trata entonces, que el docente facilite el acceso a estos conocimientos al estudiante, sea este del nivel que sea, mostrándole al estudiante situaciones que pueda problematizar y que le generen, además, la necesidad de hacer uso práctico de herramientas matemáticas para resolver la dificultad, pues la cotidianeidad con los números le ofrecerá al estudiante la normalización de los conocimientos en su día a día.

110 Lluís Albarracín, Edelmira Badillo, Joaquim Giménez, Yuly Vanegas y Xavier Vilella. *Aprender a enseñar matemáticas en la educación primaria*, Madrid, Síntesis, 2016, disponible [https://www.sintesis.com/data/indices/9788491711087.pdf].

BIBLIOGRAFÍA

Albarracín, Lluís; Edelmira Badillo, Joaquim Giménez, Yuly Vanegas y Xavier Vilella. *Aprender a enseñar matemáticas en la educación primaria*, Madrid, Síntesis, 2016, disponible [https://www.sintesis.com/data/indices/9788491711087.pdf].

Aredo Alvarado, María Angelita. "Modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza - aprendizaje de funciones reales del curso de matemática básica en la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Piura" (tesis de maestría), Lima, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2012, disponible en [https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/1650].

Ayala Flores, Ana. "Currículo y educación matemática", *Tarea Asociación de Publicaciones Educativas*, n.° 71, 2009, pp. 18 a 21, disponible en [http://www.tarea.org.pe/images/Tarea_71___18_Ana_Ayala.pdf].

Bishop, Alan John y Helen Forgasz. "Issues in access and equity in mathematics education", en Frank Lester (ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, Charlotte, National Council of Teachers of Mathematics, 2007, pp. 1.145 a 1.167.

Bransford, John D.; Ann L. Brown y Rodney R. Cocking (eds.). *How people learn: brain, mind, experience, and school*, Washington, D.C., National Academy Press, 2000.

Bruner, Jerome. *The culture of education*, Cambridge, Harvard University Press, 1996.

Burton, Leone. *Thinking things through problem solving in mathematics*, Oxford, Basil Blackwell, 1984.

Cejudo, Javier y María López Delgado. "Importancia de la inteligencia emocional en la práctica docente: un estudio con maestros", *Psicología Educativa*, n.° 23, 2017, pp. 29 a 36, disponible en [https://journals.copmadrid.org/psed/archivos/ed2017v23n1a4.pdf].

Clements, M. A. (Ken), Christine Keitel, Alan J. Bishop, Jeremy Kilpatrick y Frederick K. S. Leung (eds.). "From the few to the many: historical perspectives on who should learn mathematics", en *Third international handbook of mathematics education*, Nueva York, Springer, 2013, pp. 7 a 40.

Cobos Martínez, Víctor. "Enseñanza de las matemáticas en el noreste de México: metodología y significado entre docentes de secundaria" (tesis de doctorado), Nuevo León, México, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2020, disponible en [http://eprints.uanl.mx/20058/1/1080313944.pdf].

Cowan, Pamela. *Teaching mathematics: a handbook for primary and secondary school teachers*, Londres, Routledge, 2006.

Cuenca, Ricardo. "La carrera pública magisterial: una mirada atrás para avanzar", *Tarea Asociación de Publicaciones Educativas*, n.° 76, 2011, pp. 21 a 24, disponible en [https://tarea.org.pe/wp-content/uploads/2014/03/Tarea76_21_Ricardo_Cuenca.pdf].

de la Cruz Flores, Gabriela. "Tutoría en educación superior: análisis desde diferentes corrientes psicológicas e implicaciones prácticas", *cpu-e, Revista de Investigación Educativa*, n.° 25, 2017, pp. 34 a 59, disponible en [https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=283152311003].

Dunphy, Elizabeth; Thérèse Dooley y Gerry Shiel. *Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years): definitions, theories, development and progression*, Dublin, National Council for Curriculum and Assessment, 2014, disponible en [https://ncca.ie/media/1494/maths_in_ecp_education_theories_progression_researchreport_17.pdf].

Elbers, Ed. "Classroom interaction as reflection: learning and teaching mathematics in a community of inquiry", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 54, n.° 1, 2003, pp. 77 a 99.

Ernest, Paul (ed.). *The philosophy of mathematics education*, Londres, Falmer Press, 1991.

Fernández, Rocío. "¿Por qué el constructivismo es el método de enseñanza/aprendizaje de la nueva generación?", *Escritos en la Facultad*, año 14, n.° 147, 2018, pp. 42 y 43, disponible en [https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/739_libro.pdf#page=42].

Figueroa Cepeda, Helen Iveth; Karlita Elizabeth Muñoz Correa, Edwin Vinício Lozano y Diego Fernando Zavala Urquizo. "Análisis crítico del conductismo y constructivismo, como teorías de aprendizaje en la educación", *Revista Órbita Pedagógica*, vol. 4, n.° 1, 2017, pp. 1 a 12, disponible en [https://refcale.uleam.edu.ec/index.php/enrevista/article/view/2312].

Flores Herrarte, Aura Sofía. "Impactos del modelo pedagógico conductista del aprendizaje de la matemática durante el bachillerato, en el rendimiento académico de los estudiantes del primer semestre de la carrera de Ingeniería Empresarial de la Universidad Francisco Marroquí, ciclo 2016" [tesis de pregrado), Guatemala, Universidad Galileo, 2016, disponible en [http://biblioteca.galileo.edu/tesario/bitstream/123456789/908/1/Aura%20Flores%20%202016.pdf].

Fosnot, Catherine Twomey (ed.). "Constructivism: a psychological theory of learning", en *Constructivism: theory, perspectives, and practice*, Nueva York, Teachers College Press, 1996, pp. 8 a 33.

Fox, Sue y Liz Surtees. *Mathematics across the curriculum: problem-solving, reasoning and numeracy in primary schools*, Londres, Continuum International Pub. Group, 2010.

Gardner, Howard. *Frames of mind: the theory of multiple intelligence*, Nueva York, Basics Books, 1983.

Harries, Tony. "Working through complexity: an experience of developing mathematical thinking through the use of logo with low attaining pupils", *Support for Learning*, vol. 16, n.° 1, 2001, pp. 17 a 22.

Haylock, Derek y Fiona Thangata. *Key concepts in teaching primary mathematics*, Los Ángeles, sage Publications, 2007.

Heredia Escorza, Yolanda y Ana Lorena Sánchez Aradillas. *Teorías del aprendizaje en el contexto educativo*, 2.ª ed., México, Editorial Digital del Tecnológico de Monterrey, 2012, disponible en [https://catalogo.altexto.mx/teorias-del-aprendizaje-en-el-contexto-educativo-7w1ex.html].

Herrera Brunal, María Camila. "Educación conductista y constructivista: ¿juntas o separadas?", *Escritos en la Facultad*, año 14, n.° 147, 2018, pp. 102 a 104, disponible en [https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/739_libro.pdf#page=102].

Karmiloff-Smith, Annette y Bärbel Inhelder. "If you want to get ahead, get a theory", *Cognition*, vol. 3, n.° 3, 1975, pp. 199 a 212.

Lázaro Silva, Dany Brigitte. "Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral" (tesis de doctorado), Lima, Universidad de San Martín de Porres, 2012, disponible en [https://repositorio.usmp.edu.pe/handle/20.500.12727/613].

Lerman, Stephen (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education*, Cham, Springer International Publishing, 2014.

Lester, F. K. y D. L. Kroll. "Assessing student growth in mathematical problem-solving", en Gerald Kulm (ed.) *Assessing higher order thinking in mathematics*, Washington, D.C., American Association for the Advancement of Science, 1990.

Llinares, Salvador. "Enseñar matemáticas como una profesión. Características de las competencias docentes". *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, n.° 18, 2019, pp. 30 a 43, disponible en [https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/39889].

Martínez Chairez, Guadalupe Iván; Albertico Guevara Araiza y María Manuela Valles Ornelas. "El desempeño docente y la calidad educativa", *Ra Ximhai*, vol. 12, n.° 6, 2016, pp. 123 a 134, disponible en [https://www.redalyc.org/pdf/461/46148194007.pdf].

Mason, John; Leone Burton y Kaye Stacey. *Thinking mathematically*, Wokingham, Addison Wesley, 1982.

Merttens, Ruth. *Teaching numeracy: maths in the primary classroom*, Warwickshire, Leamington Spa, Scholastic, 1996.

Ministerio de Educación del Perú. *Resultados. Evaluación Internacional pisa, Perú*, 2018, disponible en [http://umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2018/].

Morales, I. "Conductismo como recurso para la mejora del ambiente, el aprendizaje y la disciplina escolar en la práctica docente", *Visión Educativa*, vol. 11, n.° 4, 2017, pp. 66 a 69.

Olmedo Torre, Noelia y Oscar Farrerons Vidal. *Modelos constructivistas del aprendizaje en programas de formación*, Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, 2017.

Posso Pacheco, Richar Jacobo; Laura Cristina Barba Miranda y Nelson Rafael Otáñez Enríquez. "El conductismo en la formación de los estudiantes universitarios", *Educare*, vol. 24, n.° 1, 2020, pp. 117 a 133, disponible en [https://revistas.investigacion-upelipb.com/index.php/educare/article/view/1229].

Quintero, Ana Helvia y Héctor Rosario. *Math makes sense! A constructivist approach to the teaching and learning of mathematics*, Londres, Imperial College Press, 2016.

Sakshaug, Lynae; Melfried Olson y Judith Kay Olson. *Children are mathematical problem solvers*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2002.

Sarama, Julie y Douglas H. Clements. "Building blocks for early childhood mathematics", *Early Childhood Research Quarterly*, vol. 19, n.° 1, 2004, pp. 181 a 189.

Sarama, Julie y Douglas H. Clements. *Early childhood mathematics education research: learning trajectories for young children*, Nueva York, Routledge, 2009.

Sepúlveda, Alejandro; Margarita Opazo, Danilo Díaz-Levicoy, Diego Jara, Daniel Sáez y Diego Guerrero. "¿A qué atribuyen los estudiantes de educación básica la dificultad de aprender matemática?", *Revista de Orientación Educacional*, vol. 31, n.° 58, 2016, pp. 105 a 119, disponible en [http://funes.uniandes.edu.co/8687/1/144-342-1-PB.pdf].

Simon, Martin A. "Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 26, n.° 2, 1995, pp. 114 a 145.

Small, Marian. *Great ways to differentiate mathematics instruction*, Nueva York, Teachers College Press, 2012.

van den Heuvel-Panhuizen, Marja. "The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 54, n.° 1, 2003, pp. 9 a 35.

Vásquez Yépez, Fernanda Alexandra. "El juego en el aprendizaje de las matemáticas", *Educación: Revista de la Facultad de Ciencias de la Educación*, vol. 25, n.° 1, 2019, pp. 55 a 58, disponible en [http://revistas.unife.edu.pe/index.php/educacion/article/view/1768].

Vygotsky, Lev. *Mind in society*, Cambridge, Harvard University Press, 1978.



Editado por el Instituto Latinoamericano de Altos Estudios –ILAE–,
en octubre de 2022

Se compuso en caracteres Minion Pro de 11 y 9 ptos.

Bogotá, Colombia